HUY THANH

Chuyện vui về SỐ VÀ HÌNH

KIM ĐỒNG

HUY THANH

CHUYỆN VUI VỀ SỐ VÀ HÌNH

Bìa và minh họa của Bùi Đức Liễn

- otoanhoc2911@gmail.com -

NHÀ XUẤT BẢN KIM ĐỒNG
HÀ NỘI — 1983

I— ĐẾM SAO CHO KHÉO

1— *HỌC TẬP NGƯỜI XƯA*

Chữ số chúng ta thường dùng ngày nay 1, 2, 3... là của người Ấn Độ. Người A-rập học tập cách viết đó rồi truyền bá sang châu Âu. Do đó, ngày nay người ta thường gọi các chữ số đó là chữ số A-rập. Chỉ với mười ký hiệu ban đầu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 và 9, chúng ta có thể viết được mọi số, cho dù chúng lớn đến đâu. Phát minh vĩ đại này của người Ấn Độ quả là một đóng góp hết sức giá trị trong lịch sử tính đếm của loài người.

Người nguyên thủy đã biết đếm khá sớm. Thoạt đầu họ biết đếm đến hai. Một là bản thân mình, còn hai là những vật khác ngoài mình ra. Dần dần, họ biết đếm đến năm, nhờ vào năm ngón tay của mình. Hai bàn tay đã giúp họ đếm đến mười. Rồi cả các ngón tay, ngón chân gộp lại đã giúp con người đếm đến hai mươi. Khi phải đếm những số lớn hơn nữa, họ « mượn » tay và chân của người khác.

Dùng que vạch xuống mặt đất, con người đã viết ra những chữ số đầu tiên. Dĩ nhiên, đó chưa phải là những chữ số hiện đại, tiện lợi như ngày nay. Số 5 chẳng hạn, có bộ lạc viết là IIIII, có bộ lạc viết là . Cũng với 5 vạch, nhưng chúng đã được xếp thành một hình vuông có một đường chéo.

Cách viết này của người xưa, cho đến nay vẫn tỏ ra tiện lợi trong một số trường hợp.

Nếu có dịp làm việc trong ban kiểm phiếu của Đại hội liên đội, bạn hãy dùng ký hiệu 𝍸 để tính số phiếu. Trước khi mở hòm phiếu, bạn hãy lập một danh sách các đại biểu được bầu như sau :

Ứng cử viên	Số phiếu kiểm tra	Tổng số phiếu
A		
B		
C		
D		
E		
F		

Khi kiểm phiếu, đại biểu nào có tên trong lá phiếu sẽ được ghi một vạch (—) trong cột số phiếu kiểm tra. Các dấu vạch trên sẽ được ghép dần thành từng nhóm năm vạch 𝍸 . Khi điền đủ năm vạch thành hình 𝍸 , bạn sẽ tiếp tục vẽ hình 𝍸 thứ hai, rồi thứ ba... Cuối cùng, khi đã soát hết hòm phiếu, bạn chỉ việc đếm số hình 𝍸 theo nhóm năm, cộng thêm số nét lẻ của hình

Ứng cử viên	Số phiếu kiểm tra	Tổng số phiếu
A	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ⊓	23
B	𝍸 𝍸 𝍸 ⌐	17
C	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |	21

chưa đủ nét là được tổng số phiếu của từng ứng cử viên. Thí dụ, một phần bảng kết quả kiểm phiếu như trên cho ta biết bạn A được 23 phiếu, bạn B: 17 phiếu, bạn C: 21 phiếu.

Nếu số cử tri khá đông, bạn dùng ký hiệu bông hoa mười nét để biểu diễn cho 10 phiếu. Khi đó, số phiếu 23 của bạn A sẽ được viết là:

Trong công tác bảo vệ rừng, các cán bộ kiểm lâm thường phải đếm từng khu rừng xem có bao nhiêu cây lim, cây sến, cây táu... Rõ ràng là không ai đếm hết số lim rồi mới lại quay về đếm số sến, số táu... Trong trường hợp này người ta chỉ đi một lượt khắp khu rừng và đếm đồng thời tất cả các loại cây theo cách dùng bảng như khi chúng ta kiểm phiếu vậy.

* * *

Một điều thú vị là khi người xưa chưa biết đọc các số lớn mà họ vẫn có thể kiểm tra được số gia súc của mình thừa thiếu bao nhiêu. Muốn biết số bò của bộ lạc mình, người tù trưởng cho đàn bò đi qua một con đường hẹp. Khi một con bò đi qua trước mặt mình, ông ta nhặt một hòn sỏi bỏ vào một cái túi. Khi đàn bò đã vào chuồng đầy đủ, số viên sỏi có trong túi sẽ chính là số bò. Sáng hôm sau, lúc thả bò, người tù trưởng lại làm ngược lại. Mỗi con bò đi qua sẽ ứng với một viên

sỏi lấy ra từ trong túi. Nếu đàn bò đã ra chuồng hết rồi mà trong túi vẫn còn sỏi tức là đêm qua đã có những con bò bị hổ vồ.

Ngày nay, trong giao thông, người ta thường phải đếm số xe chạy trên đường để bố trí việc đi lại cho hợp lý. Nếu được nhận nhiệm vụ này bạn sẽ làm thế nào? Bạn chớ nên mang theo giấy bút để làm như khi kiểm phiếu, bạn cũng đừng ngồi lầm nhầm đếm miệng làm gì cho mệt óc. Làm theo hai cách đó chắc chắn bạn sẽ không tránh khỏi nhầm lẫn, nhất là khi số xe đã lên đến hàng trăm. Bạn hãy mang theo vài nắm đỗ và một cái ống bơ rồi học tập cách « đếm bò » của người xưa. Cuối buổi, trở về nhà, đếm lại số hạt đỗ trong ống bơ, bạn sẽ biết số xe đã chạy qua đoạn đường mình phụ trách. Theo cách này, với hai loại đỗ khác nhau — xanh và đen chẳng hạn, bạn có thể đồng thời đếm được cả số ô-tô chạy ngược lẫn số ô-tô chạy xuôi qua mặt mình. Thấy xe chạy xuôi, bạn nhặt hạt đỗ đen bên tay trái bỏ vào bơ; thấy xe chạy ngược — bạn nhặt hạt đỗ xanh bên tay phải bỏ vào bơ.

Nhưng cuối buổi bạn sẽ đếm số đỗ trong ống bơ thế nào cho nhanh. Muốn làm tốt việc này bạn hãy quan sát cách đếm của chị bán thuốc. Chị đổ thuốc viên ra « bàn đếm » rồi dùng một lưỡi dao bằng nhôm gạt từng năm viên một.

2 — *MỘT ÔNG SAO SÁNG, HAI ÔNG SÁNG SAO...*

Mơ ước đếm sao trên trời đã có từ ngàn đời này, và đó là một ước mơ chính đáng. Con người muốn tìm hiểu vũ trụ — nơi đã sinh ra mình. Nhờ nắm vững số

sao trên trời mà các nhà bác học đã phát hiện ra nhiều quy luật bí hiểm của thế giới các thiên hà. Thí dụ, các nhà chiêm tinh học (1) Cổ Trung Hoa đã phát hiện ra rằng trên bầu trời luôn luôn có những ngôi sao mới được hình thành và ngược lại, có những ngôi sao cũ « chết » đi. Đóng góp này đã giúp cho các nhà bác học ở thế kỷ XX xây dựng được học thuyết về sự vận động của vũ trụ.

Điều đáng ngạc nhiên là phương pháp đếm sao từ ngàn xưa cho đến nay vẫn không có gì thay đổi.

Trước hết, người ta phân chia các ngôi sao thành từng nhóm theo độ sáng của chúng. Sao cấp một sáng hơn sao cấp hai, sao cấp hai sáng hơn sao cấp ba... Sau đó người ta đếm số sao theo từng cấp, cuối cùng cộng các kết quả lại.

Trong nhiều trường hợp, đáng lẽ phải đếm thì người ta lại tính. Dùng cách tính thay cho đếm rất tiện lợi. Những mục tiếp theo sẽ giới thiệu với các bạn phương pháp này.

3 — *GAU-XƠ TÍNH NHẨM*

Gau-xơ (1777 — 1855) là nhà toán học lỗi lạc người Đức. Ông được người đương thời gọi là Vua Toán. Ngay từ nhỏ, Gau-xơ đã biểu hiện lòng say mê cao độ đối với toán học.

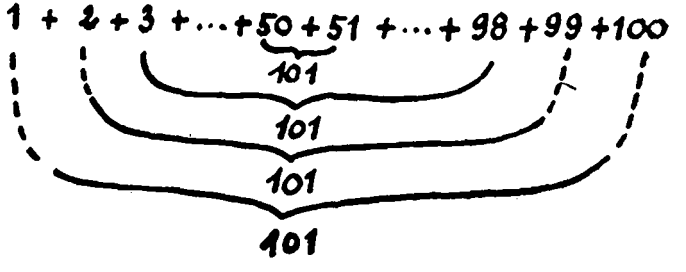
Người ta kể rằng, có lần thầy giáo ra bài toán sau đây cho lớp học :

$$1 + 2 + 3 + ... + 97 + 98 + 99 + 100 = ?$$

(1) Nhà chiêm tinh học : người chuyên quan sát bầu trời sao để tiên đoán » những điều sẽ xảy ra trên trái đất.

Đầu bài vừa viết xong, Gau-xơ đã đứng dậy đọc kết quả: 5050. Thầy giáo và bạn bè rất ngạc nhiên về kết quả chính xác của người học trò sáu tuổi đó.

Khi ra chơi, Gau-xơ đã nói với các bạn bí quyết tính nhanh của mình. Lần lượt lấy số bên trái cộng với số bên phải của dãy trên sẽ được từng cặp có tổng số là 101.



1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = ... = 50 + 51 = 101.

Tất cả có 100 : 2 = 50 cặp. Vậy tổng trên sẽ là:

101 × 50 = 5050.

4— *BÁC THỦ KHO THÔNG MINH*

Đoàn xe tải chở ống gang dừng lại trước kho của bác Nhuận.

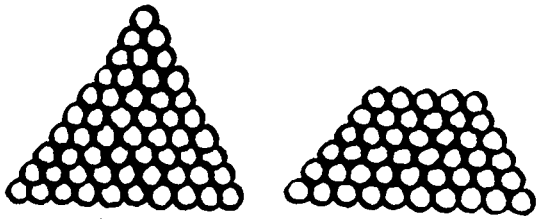
— Mời bác nhận cho 100 ống gang! — đồng chí trưởng xe nói với bác Nhuận.

— Được! Các cậu cứ xếp thành đống hình tháp cho tớ, hàng dưới cùng mười ống.

Đợi cho hàng xếp xong, bác Nhuận hỏi đồng chí trưởng xe:

— Hàng trên cùng của đống thứ hai có bao nhiêu ống?

— Năm ống bác ạ!



— Thế thì đủ một trăm. Đưa sổ đây tớ ký cho!

Trước sự ngạc nhiên của đồng chí lái xe, bác Nhuận giải thích:

— Khó gì đâu! Các cậu cứ tính theo cách: hàng trên cộng hàng dưới, nhân số hàng, chia đôi là ra.

Chúng ta hãy xem bác Nhuận đã làm thế nào. Công thức của bác là:

$$\text{Số ống} = \frac{(\text{hàng trên} + \text{hàng dưới}) \times \text{số hàng}}{2}$$

Với đống xếp đủ, chúng ta có:

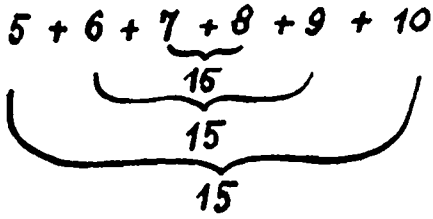
$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = \frac{(1+10)\,10}{2} = 55$$

Với đống thứ hai, chúng ta có:

$$5+6+7+8+9+10 = \frac{(5+10)\,6}{2} = 45$$

Vậy tất cả sẽ là 55 + 45 = 100 ống!

Tính theo công thức trên cũng chính là tính theo cách của Gau-xơ. Lấy đống thứ hai làm thí dụ, nó có 6 hàng, hàng trên cùng 5 ống, hàng dưới cùng 10 ống. Lần lượt cộng theo từng cặp trên và dưới, chúng ta được 3 cặp, mỗi cặp 15 ống:



$$5 + 10 = 6 + 9 = 7 + 8 = 15$$

Do đó, số ống của đống này sẽ là:

$$15 \times 3 = \frac{(5 + 10)\ 6}{2} = 45$$

Khi kiểm kê hàng hóa bày trên quầy theo hình tháp như sữa và một số loại đồ hộp, người ta cũng áp dụng công thức như bác Nhuận đã làm.

5— *TỪ MỘT BÀI TOÁN VUI...*

Trong kỳ thi học sinh giỏi toán lớp bốn, một bạn trẻ đã giải bài toán sau đây theo một cách khá thông minh: «Trong phòng họp có 101 người. Ai cũng bắt tay ai. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay?».

Bạn đó lý luận như sau. Người thứ nhất sẽ lần lượt bắt tay với 100 người còn lại. Người thứ hai bắt tay với 99 người, trừ người thứ nhất, vì hai người đã bắt tay nhau từ lần trước rồi. Người thứ ba sẽ bắt tay với 98 người trừ người thứ nhất và người thứ hai... Tính theo cách này người thứ 100 sẽ chỉ phải bắt tay một cái với người cuối cùng — người thứ 101. Vậy chúng ta sẽ có:

$100 + 99 + 98 + ... + 3 + 2 + 1$ cái bắt tay.

Đến đây thì các bạn biết ngay kết quả là:

$$\frac{(100 + 1)\,100}{2} = 5050$$

vì tổng này chính là tổng mà Gau-xơ đã tính.

Loại toán này rất hay gặp trong thực tế. Trong mục Câu lạc bộ toán học sẽ có hai bài toán thực tế để các bạn tập giải.

6 — *CÂU LẠC BỘ TOÁN HỌC*

Bạn có biết?

— Do mê tín, mỗi dân tộc thường tin vào một vài con số « linh thiêng ». Ở nước ta, người ta thường kiêng kỵ số 3 và số 7: « Chớ đi ngày bảy, chớ về ngày ba ». Còn ngày mồng một (1) và ngày rằm (15) thường được xem là ngày lành. Ở châu Âu người ta rất sợ số 13, đi phải chuyến xe mang số biển 13, ngồi phải số ghế 13... được coi là gặp phải vận « xui xẻo ».

— Nhà bác học Cổ Hy Lạp Pi-ta-go, sống vào khoảng thế kỷ thứ VI trước công nguyên, đã phát hiện được rất nhiều tính chất thú vị của các chữ số. Nhưng ông lại là một người rất mê tín. Theo ông, có những con số rất linh thiêng, điển hình là số 6, bởi vì:

$$1 + 2 + 3 = 1.2.3 = 6.$$

(Nếu lấy ba số liên tiếp 1, 2 và 3 cộng với nhau hoặc nhân với nhau đều được kết quả là 6).

— Ở Ma-đa-gát-xca (châu Phi) có bộ lạc còn ở trong tình trạng rất lạc hậu. Khi trong gia đình có người mới

sinh ra hoặc có người mới đến nhập tộc, người đàn bà làm chủ gia đình ghi nhận người mới đó trên đốt ngón tay của mình giống như chúng ta tính đốt ngón tay vậy. Ngược lại, mỗi khi có một người thân chết đi, người đàn bà đó phải chặt đi một đốt ngón tay của mình. Phong tục lạc hậu này đã làm cho nhiều phụ nữ bị cụt gần hết các ngón tay.

— Các nhà sinh vật học cho biết, đầu người ta có khoảng một vạn sợi tóc! Họ làm thế nào mà đếm nổi? Rất đơn giản. Họ đếm số sợi tóc trên một cen-ti-mét vuông rồi đem nhân với diện tích da đầu.

— Theo các nhà tâm lý học, người ta thường có thói quen đếm trong khi đi đường. Điều này thường hay xảy ra ở lứa tuổi nhỏ. Các bạn thử kiểm tra lại xem khi đi đường các bạn có hay đếm số gạch trên hè phố, số cây, số cột đèn, hoặc cầm que gảy tưng tưng trên hàng rào hay không? Có bạn nào vừa đi vừa bấm đốt ngón tay không?

— Các nhà sư khi đi đường cũng hay đếm bằng cách lần tràng hạt. Theo đạo Phật, đếm số hạt của chuỗi tràng hạt là hình thức sám hối. Người nào lỗi càng nặng thì càng phải lần nhiều vòng tràng hạt.

— Theo các bác sĩ, muốn dễ ngủ cần tập trung tư tưởng để đếm nhẩm. Đếm như vậy khoảng vài trăm, chúng ta sẽ ngủ thiếp đi một cách dễ dàng.

— Trong kháng chiến chống Pháp, một bạn trẻ đã mang đến nộp cho đồng chí chỉ huy du kích một cái túi. Khi dốc túi ra thì chỉ thấy một đống các hòn sỏi, hạt nhãn, đá vụn... Trước sự ngạc nhiên của đồng chí chỉ huy, bạn nhỏ giải thích: « Em vừa đi qua nơi tập

trung quân của chúng. Hòn sỏi là xe cam-nhông, hạt nhãn là xe tải, đá vụn là súng trung liên...». Hóa ra bạn nhỏ đã đếm vũ khí của giặc bằng phương pháp đơn giản và tiện lợi đó.

— Khi còn là sinh viên, trong một lần bị ép đi lễ nhà thờ, nhà bác học I-ta-li-a Ga-li-lê (1564-1642) đã quan sát chiếc đèn chùm treo trong nhà thờ và phát hiện ra rằng chùm đèn dao động rất đều đặn.

Thời đó đồng hồ đeo tay chưa ra đời. Để kiểm tra nhận định trên, Ga-li-lê đã đếm nhịp tim đập của mình để tính thời gian. Bằng phương pháp đó, Ga-li-lê đã phát hiện ra qui luật dao động của con lắc.

BÀN TÍNH RA ĐỜI NHƯ THẾ NÀO?

Trước khi bàn tính ra đời, người ta tính đếm bằng nhiều cách. Ở Trung Quốc, ở Ấn Độ và châu Âu người ta dùng que và hạt, ở châu Mỹ người ta dùng các sợi dây thắt nút lại. Về sau, người ta dùng que xâu các hạt lại. Bàn tính ra đời từ đó. Người Trung Quốc còn làm thêm một thanh gỗ chia bàn tính thành hai phần để tính theo đơn vị và theo hàng chục. Bàn tính châu Âu không có thanh gỗ đó. Một số nước làm bàn tính bằng đất. Họ khía nhiều rãnh trên tấm đất rồi cho hạt vào rãnh đó để gảy. Bàn tính của các bộ lạc da đỏ châu Mỹ thì gồm nhiều sợi thừng thắt nút.

Ở Anh, người ta đã khai quật được một bàn tính rộng hàng trăm mét vuông! Người làm tính đi lại trên mặt bàn tính này, còn các «hạt» để tính thì là những cột đá cỡ lớn.

Ở Trung Á có khu bàn tính khá lớn bao gồm những «que tính» xếp theo hình bậc thang. Người làm tính vừa leo vừa đếm để tìm kết quả.

TOÁN VUI

Bài 1: Từ 1 đến 999 có bao nhiêu con số 1?

Để đếm số chữ số 1, bạn hãy áp dụng phương pháp đếm sao. Thoạt tiên tính xem có bao nhiêu số 1 đứng ở hàng đơn vị, sau đó tính xem có bao nhiêu số 1 đứng ở hàng chục, cuối cùng tính xem có bao nhiêu số 1 đứng ở hàng trăm. Cộng tất cả lại bạn sẽ được kết quả. Bạn thử kiểm tra xem cách tính sau đây có đúng không.

Số chữ số 1 đứng ở hàng đơn vị	100
Số chữ số 1 đứng ở hàng chục	100
Số chữ số 1 đứng ở hàng trăm	100
Tổng cộng	300

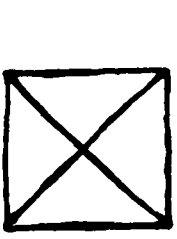
Thí dụ, để tính số chữ số 1 đứng ở hàng đơn vị, ta thấy trong mỗi trăm có 10 số 1 đứng ở hàng đơn vị là 1, 11, 21,..., 91; do đó trong mười trăm sẽ có $10 \times 10 = 100$ số 1 đứng ở hàng đơn vị...

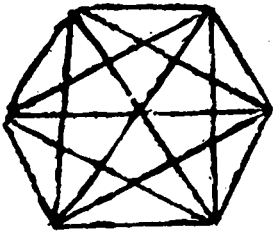
Tương tự, các bạn tìm xem có bao nhiêu chữ số 2, chữ số 3,... trong 999 số đầu tiên.

Bài 2: 101 trạm thông tin được nối với nhau. Các bạn hãy tính xem có bao nhiêu đường dây?

Nếu coi việc liên lạc giữa hai trạm thông tin như là hai người bắt tay nhau thì...

Bài 3: Hình vuông có hai đường chéo, hình lục giác đều có 9 đường chéo. Vậy hình đa giác đều 101 đỉnh thì có bao nhiêu đường chéo?





Nếu coi mỗi đỉnh là một người, hai đỉnh nối với nhau là hai người bắt tay nhau thì...

Nhưng các bạn nhớ trừ đi số cạnh là 101. Bạn nào tìm được 4949 đường chéo là đúng.

VUI CƯỜI

Bệnh nhân (bị bệnh mất ngủ). Thưa bác sĩ, tôi đã làm theo đúng lời khuyên của bác sĩ. Tối nào tôi cũng đếm.

Bác sĩ Anh đếm đến bao nhiêu?

Bệnh nhân Dạ, đến một vạn bảy nghìn tám trăm năm mươi mốt.

Bác sĩ (phấn khởi) Thế rồi anh thiếp đi cho đến sáng chứ?

Bệnh nhân Dạ không, tôi đếm đến đó thì trời vừa sáng.

TRANH VUI

II — TOÁN HỌC TỔ HỢP ĐI VÀO CUỘC SỐNG

1 — *BẮT CÁ TRONG AO*

Người ta muốn bắt hai con cá cùng giống — hoặc là hai con cá đực, hoặc là hai con cá cái, để làm thí nghiệm. Theo ý bạn nên thả lưới bắt mấy con cá là đủ?

Nếu chúng ta bắt hai con tùy ý thì có thể xảy ra những cặp ĐĐ (hai con cá đực), CC (hai con cá cái) hoặc là

ĐC (một con đực, một con cái). Bắt thêm con thứ ba nữa chúng ta sẽ được bốn trường hợp sau đây:

ĐĐĐ, ĐĐC, CCĐ, CCC

Trường hợp nào cũng có hai con cùng giống.

Như vậy, chỉ cần bắt ba con là đủ để chọn ra từ đó hai con cá cùng giống.

Những bài toán loại này rất có ích trong thực tế. Dưới đây xin kể thêm vài ví dụ.

Trong nhà máy, các chú thỏ nhựa thường được sản xuất theo kiểu «lắp ráp» từng bộ phận. Giả sử bạn phụ trách khâu gắn tai cho thỏ. Bạn có một thùng tai gồm hai màu xanh và đỏ lẫn lộn. Gắn tai màu gì là tùy ý bạn, chỉ cần mỗi con thỏ mang hai tai cùng màu là được. Còn chuyện thỏ trắng mang tai xanh hay tai đỏ đều không quan trọng. Bạn có thể làm như sau: Lấy một chiếc tai gắn cho thỏ, giả sử đó là tai màu xanh chẳng hạn. Sau đó, dĩ nhiên bạn phải tìm trong thùng chiếc tai thứ hai cùng màu xanh để gắn nốt cho con thỏ này. Làm như vậy chúng ta sẽ mất thời gian vào việc tìm tai trong thùng. Cách làm sau đây đỡ phiền hà hơn.

Bạn hãy lấy từ thùng đặt lên mặt bàn ba chiếc tai tùy ý. Giống như khi bắt cá trong ao, trong ba chiếc tai này chắc chắn phải có một đôi tai (hai chiếc tai cùng màu). Sau khi gắn đôi tai này cho chú thỏ thứ nhất bạn sẽ tiến hành gắn tai cho chú thứ hai. Lần này, rõ ràng bạn chỉ cần lấy thêm từ trong thùng ra hai tai nữa thôi. Cộng với chiếc tai còn thừa trên bàn, bạn sẽ lại chọn được đôi tai cùng màu nữa... Và từ con thỏ thứ hai đó trở đi, mỗi lần bạn chỉ cần lấy hai chiếc tai từ thùng lên, bất kể chúng có cùng màu hay không. Điều đó chẳng kỳ lạ hay sao?!

Trong quân sự, người ta thường hỏi cung riêng rẽ hai tù binh của cùng một đơn vị rồi khớp lời khai của chúng lại để phát hiện đúng, sai. Có hai sư đoàn địch hội quân tại cao điểm X. Để chuẩn bị tiêu diệt cao điểm này, các chiến sĩ trinh sát của ta có nhiệm vụ bắt vài «cái lưỡi» để lấy khẩu cung. Theo ý bạn cần bắt bao nhiêu tù binh? Giả thiết rằng biết tình hình của một sư cũng có thể đoán ra tình hình chung của địch tại cao điểm X.

Một người bệnh cần được tiếp cấp cứu hai chai huyết thanh loại A hoặc loại B (loại nào cũng được, chỉ yêu cầu hai chai cùng loại). Hai loại huyết thanh này lại xếp trong cùng một hòm thuốc. Phòng để thuốc bị mất điện. Muốn nhanh chóng lấy đủ thuốc cấp cứu cho bệnh nhân, chị y tá phải lấy ít nhất là mấy chai huyết thanh?

2 — *TRONG VƯỜN HOA*

Ba bạn A, B, C ngồi nghỉ trên ghế đá vườn hoa. Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho các bạn đó?

Nếu viết ra, bạn sẽ đếm được 6 cách xếp chỗ như sau:

A B C
A C B
B A C

Nếu cho A ngồi bên trái thì B và C có thể đổi chỗ cho nhau để được hai cách ngồi là ABC và ACB. Tình hình

đó cũng xảy ra tương tự khi B hoặc C ngồi bên trái. Tóm lại, chúng ta sẽ tìm được.

$$3 . 2 = 6 \text{ cách}$$

Nếu có bạn D đến thêm nữa thì bốn bạn A, B, C và D sẽ tạo ra bao nhiêu cách ngồi?

Bạn thấy ngay, với mỗi cách ngồi của A, B và C như trên, chỉ cần mời D ngồi vào bên trái nữa là chúng ta đã có ngay 6 cách:

D A B C
D A C B
D B A C
D B C A
D C A B
D C B A

Bây giờ lại mời A ngồi bên trái để cho B, C và D đổi chỗ cho nhau, chúng ta lại được 6 cách nữa. Tình hình sẽ xảy ra tương tự khi B hoặc C ngồi bên trái. Như vậy, với 4 bạn chúng ta tính được.

$$6 . 4 = 1 . 2 . 3 . 4 = 24 \text{ cách}$$

Mở rộng ra, với 10 bạn, chúng ta sẽ có:

$1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 . 10 = 3628800$ cách ngồi.

Muốn biết con số này lớn đến đâu, xin mời các bạn nghe câu chuyện vui sau đây.

3— *THẢ MỒI BẮT BÓNG*

Ở một nước tư bản nọ có một nhóm thanh niên vui tính. Bọn họ có mười người. Một hôm, muốn «do thử» lòng tham của bọn nhà giàu, mười thanh niên này rủ nhau vào một cửa hàng ăn nổi tiếng của thủ đô.

— Chúng tôi muốn ăn lâu dài ở đây và sẽ trả tiền thật hậu hĩ, hậu hĩ gấp trăm lần giá quy định của ông — một người trong bọn nói với chủ khách sạn — nhưng muốn ông chấp nhận cho một điều kiện nhỏ. Mỗi ngày đến đây ăn cơm, chúng tôi sẽ xếp chỗ ngồi theo một cách. Khi nào hết cách xếp chỗ, chúng tôi sẽ thanh toán tiền cho ông.

Tên chủ khách sạn sướng híp mắt khi nghe thấy món tiền nhiều gấp trăm lần giá quy định của hắn. Hắn vội vàng làm hợp đồng. Và từ đó, mỗi ngày hắn lại ghi vào sổ nợ một kiểu xếp chỗ của mười thanh niên kia.

Ngày thứ nhất	A B C D E F G H I K
Ngày thứ hai	A B C D E F G H *K I*
Ngày thứ ba	A B C D E F G *K H I*
. . .	. . .

Hắn là các bạn sẽ phải phì cười vì lão chủ khách sạn tham lam nọ sẽ không sống nổi để mà viết đến ngày cuối cùng — ngày thứ 3628800. Chia số này cho 365, rồi lại chia tiếp cho 100, chúng ta sẽ tìm được con số trên 99 thế kỷ. Nghĩa là, những thanh niên kia có thể yên trí ăn đến hết đời mình mà không hề phải lo đến chuyện trả tiền!

4 — *TOÁN HỌC TỔ HỢP*

Những bài toán tương tự như trên thuộc phạm vi nghiên cứu của một ngành toán học — toán học tổ hợp. Ngành toán học lý thú này giúp con người đắc lực lắm.

Có bao giờ bạn băn khoăn về việc đánh số xe máy không nhỉ. Các xe máy được đánh số bằng 6 ký hiệu PC1160, AB 2307... Chắc chắn đến một lúc nào đó phải

có những xe bị đánh số trùng nhau chứ?! Xin thưa với bạn là không bao giờ! Nhờ những cách tính đơn giản, toán học tổ hợp cho thấy rằng với 6 ký hiệu như trên, chúng ta có thể đánh số cho khoảng 12 triệu chiếc xe máy trong mỗi tỉnh. Cứ cho là mỗi người dân trong đời mình dùng hết hai chiếc xe máy đi nữa thì cũng không có chiếc xe nào «sống nổi» đến lúc gặp «người bạn» mang cùng số với nó.

Bằng cách dùng những viên bi, những vòng số, người ta sản xuất ra hàng triệu chiếc khóa mà không hề xảy ra trường hợp chìa này mở được khóa kia. Trong mỗi ổ khóa, những viên bi lại được đặt theo vị trí khác — người ta gọi là theo một tổ hợp khác. Việc đặt bi ở đây cũng giống như việc xếp chỗ ngồi của các bạn trẻ ở phần trên.

Rồi việc đánh số cho tiền giấy, cho sách vở trong thư viện, việc quy định số cho các máy điện thoại... cũng theo những nguyên tắc của toán học tổ hợp. Mỗi đồng tiền, mỗi cuốn sách, mỗi chiếc máy điện thoại được mang một số hiệu riêng không bao giờ có thể trùng với đồng tiền khác, cuốn sách khác, máy khác...

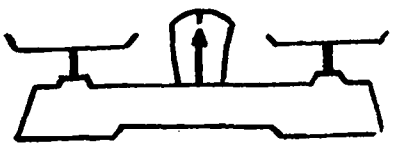
Chúng ta sẽ tiếp tục tìm hiểu vai trò của toán học tổ hợp trong cuộc sống hằng ngày.

5 — *CÂN GIẤY*

Lớp Hải hôm nay thu giấy vụn cho phong trào kế hoạch nhỏ.

Khi các bạn đã mang giấy đến đông đủ, Hải mới chợt nhớ ra là mình để quên quả cân ở nhà! Trong lúc vội vàng, Hải chỉ mang theo có một cái cân đĩa.

Chợt nhớ ra ở cạnh trường có xưởng rèn do bác Chương phụ trách, Hải vội chạy đến mượn quả cân.



Cái cân đĩa

Nghe xong đề nghị của Hải, bác Chương nói:

— Chỗ bác không sản xuất quả cân. Nhưng thật là may cho các cháu. Bác vừa rèn được một đoạn xích neo tàu gồm bảy mắt, mỗi mắt vừa đúng một ki-lô-gam.

— Hay quá! — Hải reo lên. — Vậy bác làm ơn tháo rời ra từng mắt để chúng cháu mượn làm quả cân.

Bác Chương cười lớn:

— Không dễ đâu cháu ơi! Tháo rời từng mắt một cái xích lớn như vậy không nhanh chóng đâu. Rồi sau đó lại còn phải lắp vào nữa. Bác chỉ có thể tháo giúp các cháu một mắt xích thôi.

— Bác ơi! Tháo một mắt xích thì sao cho đủ quả cân để cân một ki-lô-gam, hai ki-lô-gam, ba ki-lô-gam...

— Thế mà được đấy cháu ạ!

Các bạn đã đoán được cách làm của bác Chương chưa?

Chỉ cần tháo mắt xích thứ ba (tô đen), chúng ta sẽ được ba quả cân: 2 kg, 1 kg (tô đen) và 4 kg. Với ba

quả cân bằng xích này có thể cân được mọi mặt cân 1, 2, 3, 4, 5, 6 và 7 ki-lô-gam. Bảng dưới đây nói rõ cách chọn quả cân.

Muốn cân	2 kg	1 kg	4 kg
1 kg		x	
2 kg	x		
3 kg	x	x	
4 kg			x
5 kg		x	x
6 kg	x		x
7 kg	x	x	x

Bài toán trên có nhiều cách giải. Cách dở nhất là tháo tung từng mắt xích như Hải định làm. Còn cách tháo một mắt xích thứ ba của bác Chương là cách hay nhất.

6 — *CÁCH THỨ SÁU*

Bọn trẻ đang nô đùa ầm ĩ trong mảnh sân nhỏ. Riêng một chú bé chừng mười tuổi, có mớ tóc nâu xoắn thành những búp mềm mại phủ trên chiếc trán dô, đang cặm cụi bên những chiếc bánh xe nhỏ bằng gỗ, những chiếc lò xo...

Chú bé mải mê với đống đồ chơi của mình đến nỗi không nhận ra một người trạc bốn mươi tuổi đã đến gần từ lúc nào.

Người khách rút điếu xì-gà ra khỏi miệng, cúi xuống phà khói vào mớ tóc của chú bé:

— Cậu là I-van Pê-trốp?

— Vâng! — chú bé không hề ngẩng đầu lên.

— Thế thì cậu hãy giải bài toán này: «Dùng mấy đồng tiền ba rúp và mấy đồng tiền năm rúp để có thể trả bảy mươi tám rúp?».

Đọc xong đề toán, người khách lạ đắc chí vênh mặt hút thuốc. Còn chú bé vẫn mải mê với đồ chơi của mình, dường như không chú ý đến bài toán «bất đắc dĩ kia». Ông khách nheo đôi mắt ranh mãnh:

— Nghe đồn chú là thần đồng, thế mà có một bài toán nhỏ cũng không làm nổi.

Chú bé thu vội đống đồ chơi, ôm gọn trong vòng tay, rồi đứng dậy, vừa đi vừa nói:

— Thưa ông, tôi đã tìm được năm cách giải bài toán của ông. Đang tìm cách thứ sáu thì ông lại phá rối!

I-van Pê-trốp là một em bé Nga kỳ lạ. Mười một tuổi, em không biết đọc, biết viết nhưng lại có tài tính nhẩm siêu phàm.

Em là con một gia đình nông dân nghèo thời Nga hoàng, do đó việc em không được cắp sách đến trường cũng chẳng có gì là lạ. Nhưng tài giải toán nhẩm của I-van Pê-trốp đã lan truyền khắp nơi và người ta đã tổ chức những kỳ thi giải toán để thử tài em. Kỳ thứ nhất tiến hành vào tháng 5 năm 1834. Trong vòng chưa đầy một giờ, I-van đã giải xong mười hai bài toán số học trước một hội đồng các nhà bác học.

Tháng 8 năm 1834 người ta lại mời I-van tham dự kỳ kiểm tra thứ hai. Lần này em lại trả lời hết sức

nhanh chóng mọi câu hỏi hóc búa. Đặc biệt, khi hỏi «Có bao nhiêu giây trong một năm?», I-van đã giải nhẩm trong vòng ba phút.

Sau cách giải của I-van đối với bài toán tổ hợp — «trả tiền» nói trên là như sau

Số tờ 3 rúp	Số tờ 5 rúp	Tổng cộng
26		78 rúp
21	3	78 rúp
16	6	78 rúp
11	9	78 rúp
6	12	78 rúp
1	15	78 rúp

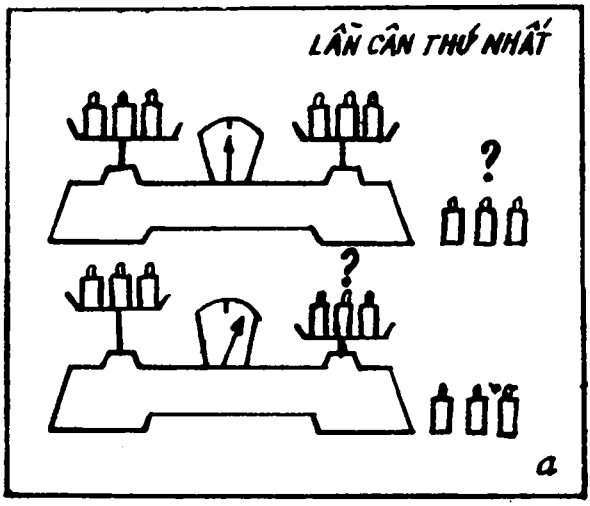
Các bạn thử kiểm tra xem có đúng không?

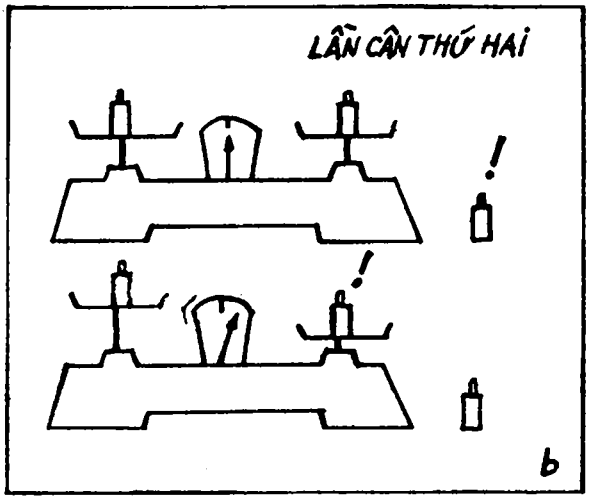
7 — *QUẢ CÂN NÀO HỎNG?*

Có 9 quả cân loại 1 ki-lô-gam trong đó có một quả đúc sai quy cách nên hơi nặng hơn 8 quả kia. Với một chiếc cân đĩa, chỉ cân hai lần thôi, bạn có thể tìm ra quả cân hỏng đó không?

Loại toán này đòi hỏi sự khéo léo chia các quả cân thành từng nhóm.

Trước hết để ý rằng nếu trong ba quả cân mà có một quả cân sai quy cách (nặng hơn hai quả kia) thì chỉ cân





một lần thôi cũng có thể tìm ra quả cân hỏng đó. Chỉ cần đặt hai quả bất kỳ lên hai đĩa cân. Nếu cân thăng

bằng thì quả còn lại sẽ là quả cân hỏng. Nếu cân không thăng bằng thì quả nằm ở bên đĩa chìm xuống sẽ là quả cân hỏng. Phương pháp này được mô tả như ở hình b.

Cách làm trên đối với 3 quả cân gợi ý cho chúng ta tìm quả cân hỏng trong 9 quả đã cho. Muốn vậy, chỉ việc chia 9 quả này làm ba nhóm đều nhau rồi lấy hai nhóm bất kỳ đặt lên đĩa cân. Nếu cân thăng bằng thì quả cân hỏng sẽ nằm ở nhóm còn lại. Cân lệch về bên nào thì quả cân hỏng sẽ nằm ở đĩa cân bên ấy. Hình a chỉ rõ cách cân lần thứ nhất.

Sau khi đã phát hiện ra nhóm chứa quả cân hỏng, các bạn làm theo chỉ dẫn ở hình b sẽ tìm được ngay quả cân hỏng đó.

8 — *POÁT-XÔNG MÊ TOÁN*

Nhà toán học lỗi lạc người Pháp Xi-mông Poát-xông (1781 — 1840) thuở nhỏ lại là người rất sợ toán. Thế mà, chỉ nhờ một bài toán nho nhỏ, Poát-xông bỗng thay đổi ý định. Sau khi giải xong bài toán đó, Poát-xông tự hứa là nhất định phải trở thành nhà toán học.

Ông đã giữ được lời hứa. Hơn thế nữa, ông còn được nhiều Viện hàn lâm khoa học trên thế giới bầu làm viện sĩ danh dự. Trước khi ngừng thở, Poát-xông đã nói câu bất hủ : « Nếu được sống thêm cuộc đời nữa, tôi sẽ lại làm toán ! »

Bài toán mà Poát-xông giải hồi nhỏ như thế nào mà lại có sức lôi cuốn đến thế ?

Một hôm Poát-xông ra chợ định mua 6 lít sữa. Người bán hàng có một bình 12 lít đựng đầy sữa và một bình không 5 lít. Còn Poát-xông thì có một bình không 8 lít. Như vậy là không ai có chiếc bình 6 lít để có thể chia đôi số sữa 12 lít kia. Làm thế nào bây giờ?

Poát-xông bèn đổ sữa từ bình này sang bình khác. Sau một hồi loay hoay, đổ đi đổ lại, Poát-xông đã chia đôi được 12 lít sữa nói trên như sau:

Đổ sữa từ bình nào sang bình nào	Bình 1 (12 lít)	Bình 2 (8 lít)	Bình 3 (5 lít)
Lúc đầu	12	0	0
1 → 3	7	0	5
1 → 2	0	7	5
3 → 2	0	8	4
2 → 1	8	0	4
3 → 2	8	4	0
1 → 3	3	4	5
3 → 2	3	8	1
2 → 1	11	0	1
3 → 2	11	1	0
1 → 3	6	1	5
3 → 2	6	6	0

Theo cách này, phải đổ đi đổ lại từ bình này sang bình khác 11 lần. Về nhà, Poát-xông tìm thêm được cách giải hay hơn, chỉ phải đổ sữa từ bình này sang bình khác 7 lần thôi:

Đổ sữa từ bình nào sang bình nào	Bình 1 (12 lít)	Bình 2 (8 lít)	Bình 3 (5 lít)
Lúc đầu	12	0	0
1 → 2	4	8	0
2 → 3	4	3	5
3 → 1	9	3	0
2 → 3	9	0	3
1 → 2	1	8	3
2 → 3	1	6	5
3 → 1	6	6	0

9 — CÂU LẠC BỘ TOÁN HỌC

— BẠN CÓ BIẾT ?

— Từ trước thế kỷ XV, ở châu Âu người ta đã truyền miệng nhau một bài thơ gồm 56 câu thơ. Bài thơ này nói về việc gieo 3 con xúc xắc. Mỗi câu thơ nói đến một trường hợp xuất hiện các mặt số trên ba con xúc xắc này. Thí dụ, khi bạn gieo liền một lúc ba con xúc xắc, bạn có thể gặp các trường hợp 6-6-6, 5-2-3, 1-4-4, v.v... Điều thú vị là số câu thơ trong bài thơ nói trên (56 câu) vừa đúng bằng số các trường hợp có thể xảy ra với ba con xúc xắc.

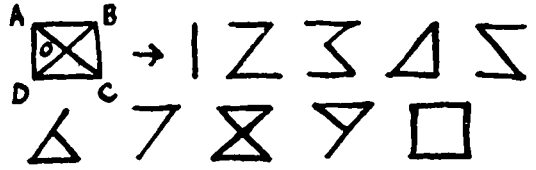
— Từ « tổ hợp » lần đầu tiên được nhà toán học Pháp Blê-đơ Pa-xcan (1623 — 1662) nói đến vào năm 1654.

— Các nhà hóa học phát hiện ra được nhiều chất cấu tạo bởi những nguyên tử như nhau nhưng chỉ khác nhau ở cách sắp xếp các nguyên tử ở trong mạng tinh thể của chúng. Điển hình trong số đó là than chì và kim cương. Chỉ cần thay đổi « chỗ ngồi » của các nguyên tử trong tinh

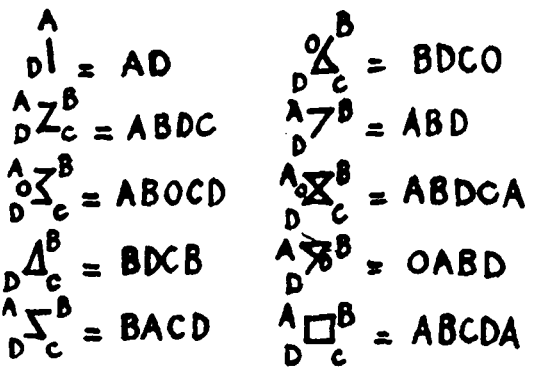
thể than chì là chúng ta thu được kim cương — một chất vừa đẹp vừa hết sức rắn, rất quý giá cho công nghiệp.

— Năm 1838 một họa sĩ Mỹ tên là Moóc-xơ đã lập một bảng chữ cái kỳ lạ. Theo bảng này, các chữ cái được viết dưới dạng tổ hợp của các dấu chấm (.) và vạch (—). Thí dụ: E = . , T = — , A = . — , v.v... Dựa vào bảng này người ta viết các chữ dưới dạng các tổ hợp chấm và vạch rồi dùng máy điện báo truyền các tín hiệu đó trong không trung. Bảng chữ Moóc-xơ được dùng rất nhiều trong thông tin, bưu điện.

— Nhà thơ Nga Pút-skin (1799 — 1837) đã từng say mê nghiên cứu các chữ số A-rập. Pút-skin nhận xét rằng, chỉ cần dùng một hình vuông cũng có thể viết được tất cả các chữ số A-rập.



Nếu ghi các ký hiệu A, B, C, D và O vào đỉnh của các chữ số trên, bạn sẽ viết được các chữ số A-rập bằng các tổ hợp chữ cái khác nhau:



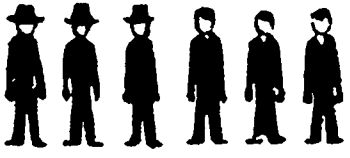
TOÁN VUI

Bài 1. Minh và hai em đi xem chiếu bóng về muộn nên phải ăn cơm tối. Nhà Minh có hai loại đũa, đũa tre và đũa son, cắm chung trong một ống. Dưới bếp không có đèn đóm gì cho nên Minh phải lấy đũa mò. Bạn hãy mách giùm Minh:

— Rút mấy chiếc đũa để có thể chọn được ba đôi cho ba anh em mà không ai phải nhận đũa lệch màu?

— Rút mấy chiếc đũa để chọn được ba đôi đũa cùng loại (cùng là đũa tre hoặc cùng là đũa son)?

Bài 2. Với ba chữ số 1, 3, 5, bạn có thể viết được bao nhiêu số, trong đó số nào nhỏ nhất, số nào lớn nhất?



Bài 3. Với 4 que diêm và một đồng xu, bạn có thể xếp thành hình một cái cốc đựng kem (đồng xu được coi là kem). Bạn thử đổi chỗ hai que diêm để cho kem có thể chảy ra khỏi cốc xem sao.

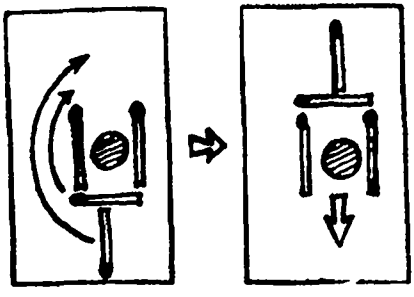
Bài 4. Hãy di chuyển một cái mũ để cho người đội mũ và người không đội mũ đứng xen kẽ nhau.

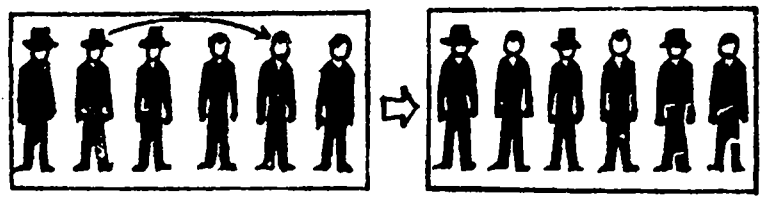
TRẢ LỜI

Bài 1: 7, 11

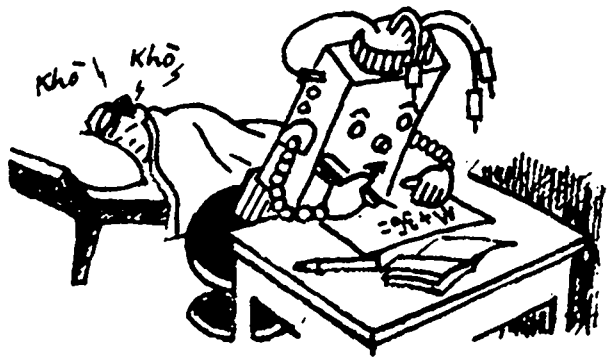
Bài 2: Viết được 6 số là 135, 153, 315, 351, 513, 531. Trong đó 531 là số lớn nhất, 135 là số nhỏ nhất.

Bài 3:





TRANH VUI



Giấc mơ của anh lười

III— KHÉO TAY MỘT TÍ

1— NHANH TRÍ

Hôm nay nhà Hải xây nhà. Đáng lẽ công việc đã bắt đầu từ sáng sớm, vậy mà đến tận giờ mọi người vẫn

còn đang lúi húi chăng dây và ngắm nghía. Chả là bác thợ để quên chiếc thước vuông ở nhà. Nhà bác xa, không về lấy được.

Khi chăng góc vuông để làm chuẩn xây tường, ngắm thế nào bác cũng không vừa ý, chẳng có cách nào để kiểm tra.

Đang ngồi học bài, chợt nghĩ ra, Hải reo to:

— Bác ơi, cháu nghĩ ra cách chăng góc vuông rồi!

Và em vội vàng chạy đến chỗ bác thợ. Tưởng em nói đùa, bác chỉ cười:

— Đấy, tôi đố cậu giỏng được góc vuông với sợi dây này! — vừa nói bác vừa chỉ sợi dây gai dài.

Hải cầm lấy sợi dây, thắt nút thành mười hai đoạn bằng nhau và buộc hai đầu nút lại với nhau. Em lấy ba que nhỏ, cắm một que vào chỗ định xây góc nhà và dùng hai que khác kéo căng vòng dây thành một hình tam giác.

— Đây bác ạ. Thế này dám bảo rất vuông đấy!

Bác thợ ngạc nhiên, vẫn chưa tin:

— Tại sao lại vuông? Ừ, nó vuông hơn trước thật! Nhưng cháu nói lại bác nghe xem nào!

— Thế này bác ạ, cháu đã kéo căng sợi dây thành hình tam giác! Cạnh này dài ba đoạn, cạnh kia dài bốn đoạn, còn cạnh thứ ba dài năm đoạn. Chúng cháu đã được học là nếu một tam giác có ba cạnh dài theo tỉ lệ 3, 4, 5 thì góc đối diện với cạnh 5 chắc chắn sẽ là góc vuông...

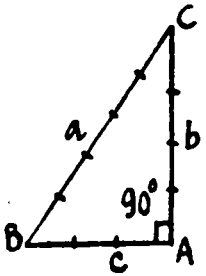
Bác thợ bấy giờ mới cười khà khà và khen Hải:

— Chà, các cháu được học có khác! Chỉ một tí thế mà bác phải loay hoay mãi!

Còn các bạn, các bạn có tin lời Hải không? Hải đã biết áp dụng những điều học được một cách rất thông minh.

Chúng ta đều biết rằng một tam giác có ba góc và ba cạnh. Nếu một góc của nó bằng 90^0 thì tam giác đó là tam giác vuông. Trong tam giác vuông có một hệ thức cơ bản: «Bình phương cạnh huyền bằng tổng bình phương hai cạnh góc vuông». Định lý này do Pi-ta-go (1) phát biểu đầu tiên nên đã mang tên ông. Định lý Pi-ta-go diễn đạt bằng ngôn ngữ toán học là:

$$a^2 = b^2 + c^2$$



Hình 1

trong đó a là độ dài cạnh huyền, còn b và c là độ dài hai cạnh góc vuông (hình 1).

Ngược lại, nếu ba cạnh của một tam giác thỏa mãn công thức trên thì tam giác đó chắc chắn là tam giác vuông và góc vuông là góc đối diện với cạnh dài nhất. Nếu $a = 5$, $b = 4$, $c = 3$ thì rõ ràng là:

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \ (= 25)$$

Có rất nhiều bộ ba số nguyên thỏa mãn công thức này, chẳng hạn:

$$13^2 = 12^2 + 5^2$$

$$25^2 = 24^2 + 7^2 \text{ v.v...}$$

Nhưng bộ ba (3, 4, 5) là những số nguyên liên tiếp nhau và nhỏ nhất nên đã được bạn Hải chọn. Lúc ấy, chỉ việc

(1) Pi-ta-go là nhà toán học Cổ Hy Lạp (thế kỷ thứ VI trước công nguyên). Tuy chứng minh rất dễ dàng (ngày nay đã có hơn 100 cách chứng minh) nhưng định lý Pi-ta-go là một trong những định lý quan trọng nhất của hình học.

lấy 3 que kéo căng vòng dây đã thắt nút sẵn theo tỉ lệ 3, 4, 5 là được một góc vuông. Thú vị là điều này có thể thực hiện được bằng... một sợi dây!

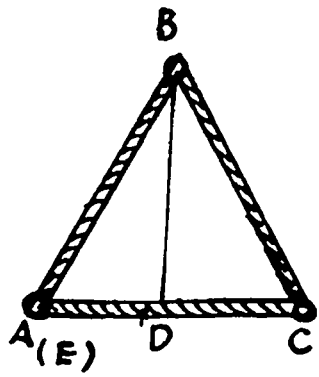
2— CŨNG CHỈ MỘT SỢI DÂY

Có một sợi dây thừng, ngoài góc vuông ra, bạn có thể dựng góc nào nữa không? Ngoài cách của Hải ra, bạn còn cách nào khác để dựng góc vuông hay không?

Cũng sợi dây ấy, bạn đừng thắt nút thành 12 đoạn bằng nhau nữa. Hãy thắt thành 4 đoạn thôi, nhưng hai đoạn dài, hai đoạn ngắn, bằng nhau (hình 2). Bạn chập hai đầu lại. (Trên hình vẽ là điểm A và E). Bây giờ cắm một que vào điểm B, một que vào điểm A (là điểm vừa

Hình 2

nối A và E) và một que vào điểm C rồi kéo căng ra thành một hình tam giác (hình 2 a). Căng một sợi dây giữa B và D, chúng ta sẽ được một góc vuông là góc BDC.



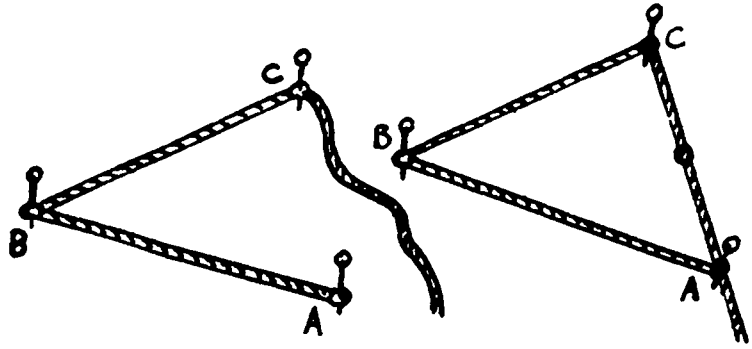
Hình 2 a

Quả đúng như vậy! Vì lúc ấy tam giác BAC cân và điểm D là điểm giữa của cạnh đáy AC. Vậy thì BD là đường trung tuyến. Trong tam giác cân thì đường trung tuyến cũng là đường cao nên góc BDC vuông.

- otoanhoc2911@gmail.com -

Chúng ta hãy thử xét xem trong hai cách dựng, cách nào đơn giản hơn? Cách thứ hai không cho ta trực tiếp góc vuông, nhưng đơn giản hơn vì ta chỉ phải thắt sợi dây làm bốn đoạn; trong khi đó cách của Hải phải thắt 12 lần!

Nếu bây giờ có một góc cho trước, với sợi dây thừng thôi, bạn có thể chia đôi góc đó (tức là dựng một góc bằng nửa góc cho trước) được không? Chúng ta lại nhờ đến tam giác cân vậy. Trong tam giác cân, đường trung tuyến cũng là đường phân giác nên ở hình trên đoạn BD cũng chia đôi góc B. Nhờ tính chất tiện lợi này, bạn cũng lại chia sợi dây thành bốn đoạn như trên. Chỉ cần chú ý rằng trước tiên nên thắt hai đoạn bằng nhau và đặt vào góc đã cho (hình 3). Sau đó kéo căng phần dây

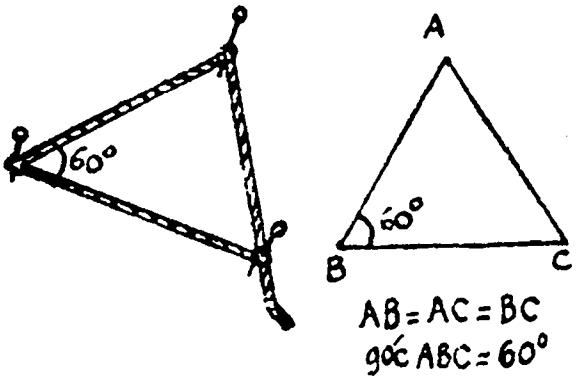


Hình 3

còn lại, gập đôi nó và đánh dấu chỗ gập rồi chập hai đầu dây lại. Trên hình vẽ, hai đoạn đầu là AB và BC, đoạn về sau là CA và điểm chia đôi là D. Đoạn BD sẽ chia đôi góc ABC.

Bằng cách này bạn có thể chia đôi một góc bất kỳ, chẳng hạn có thể chia đôi góc vuông thành hai góc 45°.

Còn việc dựng góc 60° thì đơn giản hơn nhiều. Thắt sợi dây thành ba đoạn bằng nhau và kéo căng thành một tam giác, bạn sẽ có ngay ba góc 60°. Bạn có giải thích được không?



Hình 1

3 — *TỪ CHIẾC ÁO GỐI TIẾT KIỆM*

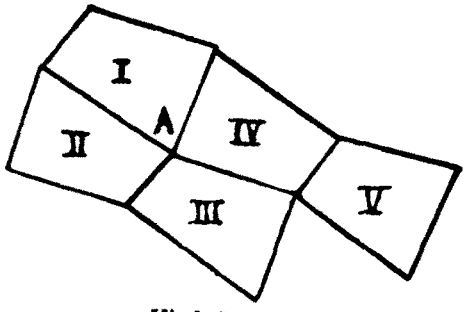
Những mảnh vải vụn nho nhỏ được bác thợ may khéo tay ghép lại có thể may được thành chiếc áo gối xinh xinh. Những mảnh gỗ thừa có thể ghép lại thành nhiều vật có ích.

Trong các nhà máy gỗ thường có rất nhiều mảnh gỗ vụn có hình dáng như nhau. Đó là những mảnh gỗ thừa, được cưa ra khi làm hàng loạt một loại đồ dùng nào đó. Những mảnh gỗ này sẽ chẳng « thừa » nếu ta ghép chúng lại để lát sàn nhà.

Có lẽ từ trước tới nay bạn chỉ nhìn thấy sàn nhà được lát bằng những viên gạch hình vuông, hoặc ít ra cũng là gạch có hình đa giác đều. Những viên gạch đó rất dễ

ghép vàoonhau thành hàng. Còn những mảnh gỗ không phải là đa giác đều có thể ghép lại được không?

Có thể. Ví dụ mảnh gỗ có dạng tứ giác như hình 5. Ta hãy đặt một mảnh ở vị trí A bất kỳ và ghép bốn mảnh khác vào bốn cạnh của nó sao cho những mảnh này đối xứng với mảnh kề nó qua điểm giữa của cạnh chung. Như vậy ta đã ghép được năm mảnh. Với mỗi mảnh mới, ta lại ghép tiếp tục như thế. Bằng cách đó, ta có thể ghép một diện tích rộng bao nhiêu tùy ý.



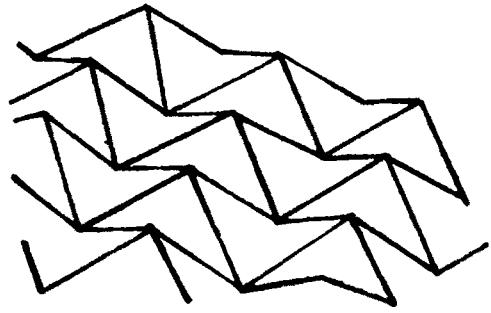
Hình 5

Theo cách ghép trên, hai mảnh kề nhau có một cạnh trùng nhau và ở mỗi đỉnh ghép là bốn góc khác nhau của cùng một tứ giác. Do tổng số góc của một tứ giác bằng 360° nên ta ghép vừa khít chúng với nhau.

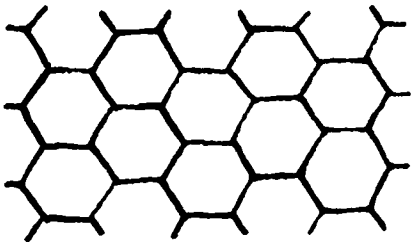
Bạn có thể để ý rằng khi ghép ta không hề lật mặt trái của mảnh gỗ lên. Thành ra có thể yên trí rằng sàn nhà gỗ của chúng ta sẽ đều màu, rất đẹp.

Có thể ghép bằng những tứ giác lõm như hình 6 và cách ghép cũng tương tự.

Cách ghép trên đây dùng cho những

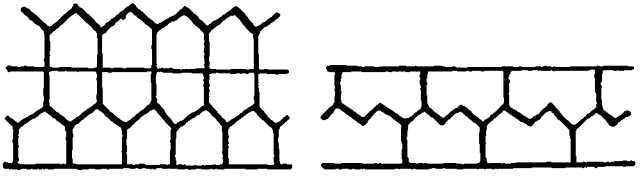

Hình 6

mảnh gỗ hình tứ giác (có tổng 4 góc bằng 360°). Thế còn đối với đa giác có được không? Đối với đa giác là lục giác đều thì có thể ghép như hình 7,



Hình 7

Thậm chí bạn có thể ghép cả những đa giác có những hình dạng rắc rối nữa, thí dụ như ở hình 8 dưới đây:



Hình 8

4— *KIỀNG BA CHÂN*

Dù ai nói ngả nói nghiêng,
Lòng ta vẫn vững như kiềng ba chân.

Câu ca dao trên đây nói lên lòng tin không gì lay chuyển nổi của đồng bào miền Nam đối với cách mạng. Lòng tin đó được ví với chiếc kiềng ba chân vững chãi. Vậy chúng ta thử tìm hiểu vì sao chiếc kiềng ba chân lại vững.

Nếu học qua khái niệm mặt phẳng, bạn sẽ biết rằng hai điểm xác định nên một đường thẳng, còn mặt phẳng

thì được xác định bởi ba điểm không nằm trên cùng một đường thẳng. Nếu ta có thêm một điểm thứ tư thì điểm thêm ấy có thể nằm hoặc không nằm trong mặt phẳng nói trên.

Nếu một vật dùng chỉ có một hoặc hai chân thì rất dễ đổ, như chiếc xe đạp chẳng hạn. Nhưng nếu lắp thêm chân chống vào xe thì hai bánh xe và chiếc chân chống có thể xem như ba điểm làm thành một mặt phẳng. Do đó chiếc xe đạp không bị đổ.

Vì tính chất này, một số vật dùng thường có ba chân : cái kiềng là một ví dụ đơn giản. Ngoài ra các máy ngắm, máy đo đạc, máy chụp ảnh cũng có ba chân. Người ta thường mang chúng đi nhiều nơi, nhưng cả ở những nơi không bằng phẳng đi nữa thì ba chiếc chân đó vẫn tạo thành một mặt phẳng giữ cho máy được ổn định. Ngay cả những chiếc ghế trong phòng thí nghiệm cũng thường có ba chân chứ không phải bốn chân!

Thế nhưng tại sao người ta thường đóng giường, bàn ghế có bốn chân? Bởi vì ngoài việc đặt chúng sao cho những chiếc chân cùng nằm trong mặt phẳng, muốn đứng vững các vật đó còn phải tuân theo một định luật vật lý nữa. Định luật này nêu rõ rằng nếu trọng tâm của một vật rơi ra ngoài diện tích chân đế của vật thì vật sẽ bị đổ. Chiếc ghế ba chân nếu để không sẽ đứng rất vững. Song có người ngồi lên mép chẳng hạn thì trọng tâm của nó sẽ thay đổi và trọng tâm đó thường không đi qua mặt phẳng chân đế. Lập tức người sẽ bị ngã nhào. Chính vì vậy bàn, ghế, giường được đóng bốn chân là để đề phòng sự « vô ý » đó. Khi bạn ngồi lên ghế, dù ở mép nào, bạn cũng có ba chân bảo đảm. Còn chân thứ tư có thể coi là « nghỉ ».

Khi kê bàn, thấy bàn đứng được, bạn chớ vội tin ngay. Có thể chiếc bàn chỉ đứng trên ba chân, và chỉ một cái

tì tay vô ý có thể làm cho cốc chén trên bàn rơi đổ. Hãy cẩn thận xem lại cả bốn chân xem chúng đã nằm trên cùng một mặt phẳng hay chưa!

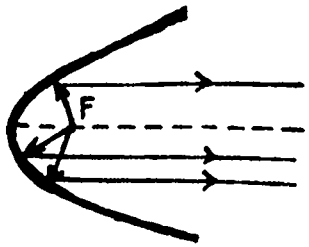
5 — *ĐỂ ÁNH SÁNG ĐI THEO MỘT HƯỚNG*

Ban đêm, đốt một ngọn đèn hay bật một bóng điện, cả nhà sẽ bừng sáng. Từ ngọn đèn, ánh sáng tỏa ra mọi phía, chiếu sáng mọi vật trong phòng.

Nhưng nếu bạn chú ý tới chiếc đèn pha của ô-tô, hay chiếc đèn pin chẳng hạn, bạn sẽ thấy ánh sáng từ đèn phát ra chỉ đi theo một hướng. Ánh sáng được tập trung vào phía trước, nhờ vậy anh lái xe mới nhìn rõ mặt đường. Chúng ta hãy thử tìm hiểu xem, chiếc đèn pha có điều gì kỳ diệu mà ánh sáng phải đi theo một hướng.

Tháo chiếc đèn ra, ngoài bóng đèn, bạn sẽ thấy một vật dáng khum khum, được mạ bóng loáng. Đó là chiếc pha đèn. Chính chiếc pha đèn đó đã « tóm » ánh sáng lại, bắt chúng đi theo một hướng đấy!

Để ý một chút, bạn sẽ thấy rằng chiếc pha đèn có hình dáng hơi lạ. Nó không phải là hình nửa mặt cầu mà phía đuôi lại hơi dài ra. Nó có hình một mặt pa-ra-bôn đấy. Nếu bổ đôi pha đèn theo trục dọc, mặt cắt của nó sẽ có dạng như hình 9.



Hình 9

Hình pa-ra-bôn có một tính chất rất hay: trên trục của nó có một điểm, gọi là tiêu điểm. (Điểm F trên hình 9). Nếu một tia sáng phát đi từ tiêu điểm, khi gặp mặt pa-ra-bôn nó sẽ

phản xạ theo một đường thẳng song song với trục. Ngược lại, một tia sáng song song với trục sẽ phản xạ qua tiêu điểm. Vì vậy nếu ở tiêu điểm ta đặt một ngọn đèn thì ánh sáng sẽ phản xạ thành một chùm tia song song với nhau, tập trung vào một hướng, nhờ thế sẽ mạnh lên rất nhiều.

Khi bật đèn pin, nếu ánh sáng chiếu ra có những quầng đen, bạn thường xoay phần trên để ánh sáng được tập trung. Lúc ấy chính là lúc bạn điều chỉnh đèn để bóng đèn nằm đúng vào tiêu điểm của pha đèn đấy.

Tính chất này của pa-ra-bôn còn được sử dụng trong các đèn chiếu, chẳng hạn trong máy chiếu phim, đèn biển v.v...

Nếu bạn có dịp vào tham quan một đài thiên văn, bạn cũng sẽ gặp những chiếc gương không lồ dạng pa-ra-bôn. Những chiếc gương đó dùng để thu ánh sáng của những vì sao xa xôi. Ánh sáng phát ra từ những vì sao là tài liệu rất quý giá cho các nhà thiên văn. Bằng phép phân tích quang phổ, người ta có thể biết được cấu tạo của đất đá trên đó, thành phần khí quyển nếu có và các loại khoáng sản v.v... Song vì những ngôi sao đó cách trái đất của chúng ta quá xa (khoảng cách phải tính bằng năm ánh sáng!) nên ánh sáng thu được rất yếu ớt. Gương pa-ra-bôn dùng để thu và khuếch đại ánh sáng đó. Do ánh sáng đi từ xa nên khi phản xạ ở mặt gương chúng đều đi qua tiêu điểm. Ánh sáng ở tiêu điểm sẽ mạnh hơn ánh sáng vào gương rất nhiều lần.

Ngày nay gương pa-ra-bôn còn được dùng để thu năng lượng của mặt trời. Do sự thiếu hụt năng lượng trên Trái Đất, các nhà bác học đã đề xuất chương trình thu ánh sáng mặt trời, chuyển năng lượng đó thành những dạng năng lượng có ích cho con người. Tại nhiều nước người ta đã xây dựng được những nhà máy điện

chạy bằng... ánh sáng mặt trời. Không những thế, nhiều dụng cụ hằng ngày dùng ánh sáng mặt trời cũng xuất hiện, chẳng hạn bếp đun bằng tia nắng v.v... Phần chính của những dụng cụ này cũng chỉ là một... chiếc gương pa-ra-bôn mà thôi.

6 — *CHIA BA MỘT GÓC NHƯ THẾ NÀO?*

Nếu có một góc đã cho trước, chúng ta có thể chia đôi góc đó một cách rất dễ dàng. Để thực hiện được phép chia đôi một góc, chúng ta chỉ cần một chiếc thước thẳng và một cái com-pa. Hoặc đơn giản hơn, chỉ cần một sợi dây.

Chia tiếp tục những góc mới tạo thành, ta sẽ nhận được những góc chỉ bằng một phần tư góc ban đầu. Bằng cách như vậy, ta có thể chia đôi, chia bốn, chia tám v.v... một góc bất kỳ. Trong kỹ thuật và trong đời sống, nhiều khi người ta không cần chia nhiều mà chỉ cần chia ba một góc. Vậy chia ba một góc như thế nào?

Bạn chớ nghĩ rằng chia đôi đã đơn giản thì chia ba cũng không khó lắm. Với chiếc thước do độ thì dễ dàng thật, nhưng bằng thước thẳng và com-pa thì đó là vấn đề đã từng làm đau đầu nhiều thế hệ các nhà bác học.

Ngay từ thời cổ, nhiều người đã quan tâm đến vấn đề này. Các nhà bác học Cổ Hy Lạp đã tốn rất nhiều công sức để nghiên cứu vấn đề đó: Ơ-clít, Pi-ta-go, Ác-si-mét, Ptô-lê-mê v.v... Không phải chỉ có bài toán chia ba một góc mà còn có hai bài toán khác cũng « hắc búa » không kém. Cả ba đều là những bài toán dựng hình nổi tiếng từ thời Cổ Hy Lạp:

— Bài toán chia ba một góc.

— Bài toán gấp đôi khối lập phương (dựng khối lập phương có thể tích gấp đôi một khối lập phương đã cho).

— Bài toán cầu phương hình tròn (dựng hình vuông có diện tích bằng diện tích hình tròn đã cho).

Bài toán thứ hai còn được gọi là bài toán Đê-lốt. Theo truyền thuyết, tại đảo Đê-lốt (biển Ê-gê) đã xảy ra một bệnh dịch nguy hiểm. Bệnh dịch hoành hành làm chết người hàng loạt. Dân trên đảo sợ hãi vội tìm đến một nhà thông thái để hỏi cách trị bệnh. Họ đã được khuyên nên xây một ngôi mộ hình lập phương có thể tích gấp đôi một ngôi mộ cũng hình lập phương trên đảo...

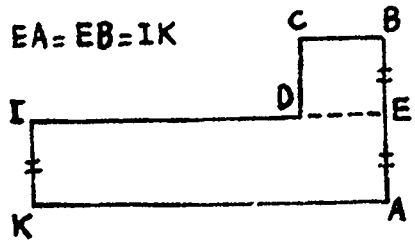
Từ lâu, người ta đã chứng minh được rằng ba bài toán trên không giải được bằng thước thẳng và com-pa. Ngay từ năm 1837, nhà bác học Oan-xen người Pháp đã chứng minh một cách rất chặt chẽ rằng bài toán Đê-lốt không giải được. Việc giải quyết trọn vẹn ba bài toán này trước hết nhờ công lao của nhà toán học Pháp lỗi lạc Ga-loa (thế kỷ 19), người đã sáng lập và nghiên cứu một lý thuyết mới mà ngày nay các nhà bác học gọi là lý thuyết Ga-loa. Một điều lý thú là lý thuyết Ga-loa không nghiên cứu hình học, nhưng nhờ nó, người ta có thể biết được một bài toán dựng hình cụ thể nào đó có thể giải được bằng thước thẳng và com-pa hay không.

Từ trước tới nay, các thầy cô giáo dạy toán vẫn thường được các bạn ham thích toán hỏi về bài toán chia ba một góc. Nhiều bạn còn trình bày cả cách dựng hình hẳn hoi! Không chỉ lớp trẻ mà còn có những người ham thích khác cũng để nhiều thời gian để giải và có những lúc tưởng như đã giải được. Đáng tiếc rằng cái « tưởng như » đó chỉ là hậu quả tai hại của những sai lầm đơn giản hay tinh vi mà thôi. Một lần nữa xin nhắc lại với các bạn rằng bài toán đó không thể giải được bằng thước thẳng và com-pa.

Tự nhiên, đó như cầu thực tế, bài toán chia ba một góc vẫn được đặt ra. Các nhà bác học Cổ Hy Lạp đã cố gắng tìm những công cụ khác có thể giúp họ giải quyết được. Ngay từ thế kỷ thứ III trước công nguyên, Ác-si-mét đã đề nghị dùng com-pa và thước có đánh dấu hai vạch. Sau đó nhiều phương pháp khác đã được biết đến như dùng hai góc vuông, dùng những hình vẽ sẵn khác v.v...

Những người thợ mộc ở Mỹ đã dùng một thước vuông độc đáo. Chỉ bằng thước đó (không cần dùng com-pa), họ có thể chia một góc bất kỳ thành ba phần bằng nhau (hình 10).

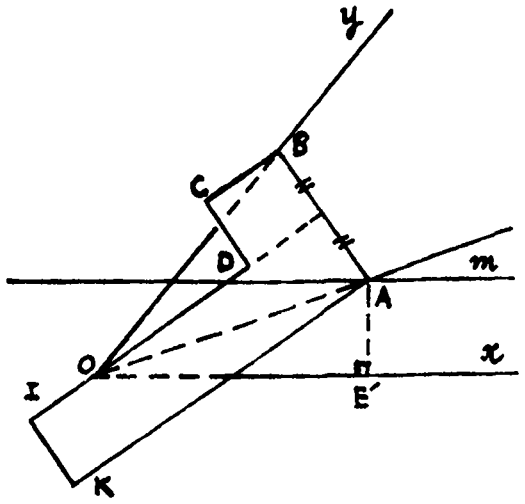
Cái thước độc đáo này gồm một thanh dài và một thanh ngắn gắn vuông góc với nhau. Cạnh dài của thanh ngắn bằng bề rộng của thanh dài (AE = BE). Để chia ba một góc xOy tùy ý, ta làm như sau:



Hình 10

Trước hết dùng thanh dài của thước kẻ một đường m song song với Ox và cách Ox một đoạn bằng chiều rộng của thanh dài thước. Sau đó đặt cạnh ID của thước vào điểm gốc O của góc xOy, xê dịch vị trí của thước sao cho đỉnh A của thước nằm trên đường m vừa kẻ và đỉnh B của thước nằm trên cạnh Oy. Kẻ hai đường OA và OE, ta sẽ được các đường chia ba góc xOy (hình 11).

Quả vậy, đoạn OE vừa là trung tuyến vừa là trung trực của tam giác AOB nên AOB là tam giác cân. Do vậy góc BOE bằng góc AOE. Nếu từ A hạ AE′ vuông góc với Ox thì hai tam giác vuông OEA và OE′A sẽ bằng nhau. Ta sẽ có góc EOA bằng góc E′OA (góc AOx),



Hình 11

Với thước này, cách chia ba một góc thật đơn giản. Song chính việc làm được bằng thước này không bao giờ thực hiện được bằng thước thẳng và com-pa. Ngày nay người ta còn biết được nhiều loại thước khác. Nhiều người vẫn còn để tâm trí vào việc tìm một dụng cụ đơn giản hơn nữa. Nếu bạn ham thích bài toán này, xin mời bạn cùng tìm !

7 — *BẠN CÓ BIẾT?*

NHẠC VIỆN CỔ Ở HY LẠP

Thời cổ, đất nước Hy Lạp là một trong những chiếc nôi của văn hóa loài người. Tại đây văn hóa, khoa học đã phát triển một cách rực rỡ, vượt xa các nơi khác

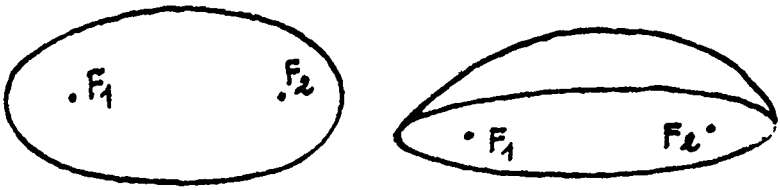
trên thế giới. Hình học, sau khi hình thành và phát triển ở Ai Cập và Ba-bi-lon, đã được « du nhập » vào Hy Lạp thế kỷ thứ VII trước công nguyên và được các nhà toán học lỗi lạc như Ta-lét, Pi-ta-go, Ơ-clít phát triển lên một đỉnh cao mới.

Các kiến thức hình học đã được áp dụng một cách tuyệt vời trong kiến trúc. Đến thăm đất nước Hy Lạp xinh tươi, du khách được chiêm ngưỡng những công trình tuyệt mỹ. Đáng tiếc, hiện nay phần lớn số công trình đã đổ nát. Nhưng trong số những công trình còn lại có một nhạc viện cổ rất hùng vĩ. Với tòa nhà này, các nhà toán học và kiến trúc thời đó đã cho chúng ta biết nền văn minh Hy Lạp đã phát triển như thế nào!

Cấu trúc trần nhà của nhạc viện cổ rất đặc biệt, không bằng phẳng như hiện nay mà vòng lên thành mặt e-líp, giống như một nửa vỏ trứng gà bổ dọc. Mặt trong trần nhà trơn bóng, hầu như liền với tường. Cấu trúc này rất lợi ở chỗ nó bền vững, có thể bỏ được một số cột ở giữa. Ngoài ra nó còn có một đặc điểm không ai ngờ tới.

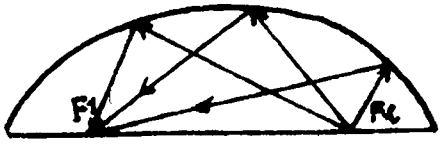
Định nghĩa và các tính chất của mặt e-líp, bạn sẽ làm quen trong chương trình toán các trường đại học. Tuy nhiên, để hình dung nó dễ dàng, bạn hãy xem nó như vỏ một quả trứng gà. Trục của e-líp là đường thẳng nối hai đầu mút quả trứng. Trong mặt e-líp có hai điểm nằm trên trục gọi là tiêu điểm. Trên hình 12, điểm F_1 và F_2 là tiêu điểm.

Nếu một tia sáng phát ra từ một tiêu điểm thì sau khi phản xạ, tia sáng đó sẽ đi qua tiêu điểm kia. Nếu trần nhà làm theo mặt e-líp, tại một tiêu điểm đặt ngọn đèn thì ngọn đèn ấy sẽ chiếu sáng cả nhà. Nếu mặt trong trần nhà lát kính thì các tia sáng sẽ phản xạ lại



Hình 12

và hội tụ ở tiêu điểm kia, làm cho điểm ấy hết sức sáng, từ xa nhìn lại ở đó giống như cũng có một ngọn đèn nữa (hình 13).



Hình 13

Âm thanh cũng phản xạ như ánh sáng. Nếu có một dàn nhạc ở F_1 thì khi dàn nhạc biểu diễn, tiếng nhạc sẽ hội tụ ở F_2 làm cho người nghe có cảm giác như ở F^2 cũng có một dàn nhạc.

Trần nhà của các nhạc viện cổ Hy Lạp làm theo mặt e-lip. Làm như vậy không những phục vụ được những thính giả ngồi quanh F_1 mà còn có thể, từ một dàn nhạc biến thành hai dàn nhạc, phục vụ cả khán giả ngồi quanh F_2. Thế cũng đủ biết người xưa đã văn minh đến mức nào!

8 — *RA ĐỜI TỪ THỰC TIỄN LAO ĐỘNG*

Bất kỳ ngành toán học nào cũng xuất phát từ những yêu cầu của thực tiễn lao động sản xuất. Nhưng hình học là một bộ môn toán học điển hình nhất, liên quan chặt chẽ nhất với thực tế.

Theo nghĩa ban đầu thì hình học là khoa học về các hình, về vị trí tương đối và kích thước các bộ phận của các hình, cũng như về phép biến đổi các hình.

Đáng tiếc là những tài liệu cổ xưa nhất về lịch sử hình học đã bị thất lạc. Ngày nay khó có thể nói rằng hình học ra đời từ bao giờ. Song theo nghiên cứu của các nhà lịch sử toán học thì hình học xuất hiện trước tiên ở phương Đông.

Thời kỳ thứ nhất là thời kỳ phát sinh của hình học vào khoảng trước thế kỷ thứ VII trước công nguyên, gắn liền với sự phát triển của ngành đạc điền ở Cổ Ai Cập, Ba-bi-lon và Hy Lạp. Ngày nay ở châu Âu và Mỹ, người ta dùng chữ geometria để chỉ hình học, từ này có nghĩa là đo ruộng. Các nghi thức tôn giáo, nhất là việc xây dựng các đài tưởng niệm (bài toán Đê-lốt), các nhu cầu thực tiễn của con người đã dẫn tới sự cần thiết phải đo diện tích các khoảnh đất, đo thể tích các hình, các kho thóc v.v... Ở Ai Cập, dòng sông Nin hằng năm vẫn dâng nước lên làm ngập đồng ruộng hai bên bờ sông. Khi nước rút, tất cả các vết tích trước bị chìm ngập dưới một lớp phù sa màu mỡ. Để kịp thời vụ, con người phải theo chân nước rút để đo đạc lại ruộng đất. Chính trong thời kỳ này môn hình học ở Ai Cập đã phát triển một cách rực rỡ. Các kiến thức hình học thời ấy căn bản chỉ gồm các quy tắc tính diện tích, thể tích các hình và mang tính chất thực nghiệm.

Thời kỳ thứ hai là thời kỳ của hình học Hy Lạp. Theo các nhà sử học Hy Lạp thì vào thời kỳ này hình học phát triển một cách có hệ thống như một khoa học thực sự. Chính nơi đây đã xuất hiện nhiều nhà bác học xuất sắc: Ta-iét, A-na-xa-go, Pi-ta-go, Ác-si-mét, A-pô-lô ni-út v.v... Và nổi bật hơn cả là Ơ-clit, người đã hệ

thống hóa tất cả mọi kiến thức về hình học trong bộ sách nổi tiếng, bộ « Nguyên lý » gồm 13 tập.

Đầu thế kỷ XVII, một bộ môn hình học mới ra đời mở đầu cho thời kỳ thứ ba của hình học — hình học giải tích. Với những người sáng lập là Đê-các và Phéc-ma, hình học đã dựa vào phương pháp tọa độ để nghiên cứu tính chất của các hình. Theo phương pháp này, mỗi hình hình học có thể biểu diễn qua các hàm số đại số.

Và cho đến gần đây, năm 1826, nhà toán học Nga lỗi lạc Lô-ba-trép-xki đã mở đầu cho thời kỳ thứ tư, thời kỳ của hình học phi Ơ-clít.

Hình học ngày nay đã phát triển thành một ngành toán học đồ sộ. Song nó vẫn không tách rời khỏi thực tế cũng như lúc nó xuất hiện vậy.

9— *CHIẾC GƯƠNG THẦN CỦA ÁC-SI-MÉT*

Ác-si-mét là một nhà toán học vĩ đại thời Cổ Hy Lạp. Ông sống vào khoảng thế kỷ thứ III trước công nguyên tại thành phố Xi-ra-quy (ngày nay thuộc đảo Xi-xin, nước I-ta-li-a).

Ác-si-mét là một nhà yêu nước chân chính. Lịch sử còn kể lại rằng năm 214 trước công nguyên, đất nước Hy Lạp bị quân La Mã tiến công. Tên tướng Mác-xen đích thân chỉ huy hạm đội La Mã tiến đánh thành phố Xi-ra-quy quê hương ông. Một lần các chiến thuyền La Mã đang tiến lại gần bờ, bỗng nhiên có một luồng ánh sáng từ bờ biển rọi thẳng vào và thiêu cháy chúng ngay trên mặt biển. Người ta cho rằng đó là chiến công của Ác-si-mét. Ông đã dùng một chiếc gương pa-ra-bôn khổng lồ để « thu » ánh sáng mặt trời và hướng tiêu

điểm của gương vào hạm đội địch. Dưới sức nóng của ánh sáng mặt trời hội tụ lại, toàn bộ chiến thuyền và quân lính La Mã bị thiêu cháy ra tro.

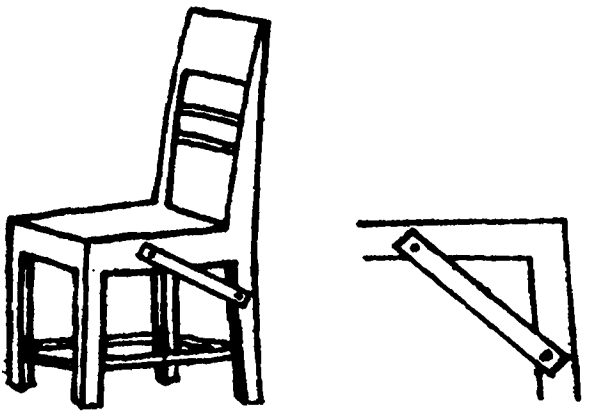
Còn chiếc gương pa-ra-bôn khổng lồ của Ác-si-mét được chế tạo bằng gì, cho tới nay vẫn chưa ai biết. Nhiều người cho rằng ông đã khéo léo điều khiển quân lính, dùng những chiếc khiên bằng đồng của họ để ghép lại thành gương!

Khéo tay:

KHI CHIẾC GHẾ BỊ HỎNG

Khi chiếc ghế bị long mộng, làm thế nào để sửa được với một thanh gỗ trong tay? Bạn hãy đóng thanh gỗ ấy vào hai thành ghế như hình 14. Chiếc ghế lại vững vàng như trước.

Đó chính là nhờ tính chất ổn định của tam giác. Khi một tam giác có ba cạnh cho trước, các góc của chúng cũng cố định, bạn không thể bóp méo được. Còn hình vuông, hình chữ nhật vẫn có thể bóp méo được. Chiếc ghế vững là vì thế.



Hình 14

IV. CÁI THƯỚC VẠN NĂNG

1 — *ÁNH NẮNG VÔ TƯ*

Nếu muốn đo mảnh vải dài bao nhiêu, chị bán hàng chỉ việc dùng thước đo từng đoạn một. Muốn đo chiều dài của căn phòng, bạn cũng chỉ cần làm một việc tương tự. Đó là những khoảng cách mà chúng ta có thể đo trực tiếp được. Song cũng có những trường hợp bạn phải dùng mẹo.

Thủa nhỏ Ô-xtô-grát-xki là một chú bé nghịch ngợm. Người ta kể lại rằng, gặp cái giếng nào trong làng chủ bé ấy cũng muốn đo thử xem nó sâu bao nhiêu. Vì không thể lặn xuống đáy giếng được, cậu bèn nghĩ ra một mẹo. Buộc một hòn đá vào đầu một sợi dây dài, Ô-xtô-grát-xki thả xuống giếng cho đến khi nó chạm đáy. Thế là chỉ việc đánh dấu ngấn thành giếng vào sợi dây, rút lên và đo dây là có thể biết được chiều sâu của giếng.

Thế nhưng, nếu muốn đo chiều cao của một cái cây? Bạn không thể trèo lên cây mà thả sợi dây được đâu. Trèo cây nguy hiểm lắm! Có cách nào đo được chiều cao mà không cần trèo lên ngọn cây không?

Vào một ngày nắng đẹp, ta hãy cắm một chiếc cọc bên cạnh gốc cây. Chỉ cần một chiếc cọc ngắn độ một sải tay thôi. Bạn hãy chờ đến khi bóng nắng của chiếc cọc dài bằng đúng chiều cao của cọc. Khi đó bóng nắng của cây sẽ dài bằng đúng chiều cao của cây và bạn chỉ cần đo bóng nắng đó trên mặt đất là biết được chiều cao ngay. Thật là đơn giản biết bao, bạn hãy thử làm xem!

Nếu không có thời gian ngồi chờ để đo bóng nắng của cọc như đã hướng dẫn ở trên (ngồi ngoài nắng dễ bị cảm lắm đấy!), ta có thể đo ngay bóng nắng của cọc và bóng nắng của cây. Sau đó chỉ việc làm một phép tính đơn giản cũng có thể biết được chiều cao của cây:

$$\text{Chiều cao của cây} = \frac{\text{Độ dài bóng cây} \times \text{chiều cao của cọc}}{\text{Độ dài bóng cọc}}$$

Bạn thấy không, ánh nắng vô tư đã giúp chúng ta không phải trèo cây mà có thể biết được chiều cao của nó một cách dễ dàng. Bằng phương pháp tương tự, bạn có thể đo được chiều cao của những vật khác nữa, chẳng hạn chiều cao của cột cờ, ống khói...

2— «*QUA SÔNG... KHÔNG PHẢI LỤY ĐÒ*»

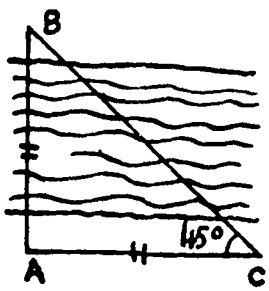
Không phải khoảng cách nào trên mặt đất cũng đo được dễ dàng như bóng cây. Muốn đo chiều rộng của một con sông ư? Chắc hẳn có người nghĩ ngay rằng phải chăng một sợi dây ngang sông và đo chiều dài sợi dây đó. Làm sao có thể chăng dây qua sông được?

Khi xây dựng các đường giao thông, người kỹ sư thiết kế phải biết trước được độ dài của tuyến đường, dựa vào đó mới lập được kế hoạch thi công xây dựng. Việc đo đạc độ dài của tuyến đường không phải là dễ vì con đường có thể chạy qua sông, qua đèo, núi... Nhất là đường sắt, có những đoạn chạy xuyên lòng núi. Thế nhưng trí tuệ con người đã làm được tất cả những việc đó.

Thỉnh thoảng chúng ta vẫn hay gặp các chú công nhân mang những chiếc máy có ba cái chân dài. Đó là

những người đi đo đạc. Những chiếc máy đó là những máy ngắm, máy đo góc... Nhờ chúng, người ta đo được những đoạn đường dài một cách dễ dàng và nhanh chóng.

Nếu muốn đo chiều rộng của con sông, ta hãy lấy một vật chuẩn ở bên kia sông, một cái cây nào đó chẳng hạn. Từ bên này sông, sau khi ngắm một đường thẳng từ chỗ đứng tới cái cây, bạn hãy dựng một góc vuông tại chỗ mình đứng, có một cạnh là đường thẳng vừa ngắm. Một cạnh kia sẽ chạy dọc theo bờ sông bên này. Nên nhớ rằng việc dựng một góc vuông chỉ cần một sợi dây thừng là đủ! Nhiệm vụ còn lại của bạn chỉ là tìm một vị trí dọc theo cạnh góc vuông bên này sông và ngắm sang vật chuẩn bên kia cho đến khi được một góc bằng nửa góc vuông. Đo đoạn đường từ chỗ đứng ban đầu đến vị trí vừa tìm được, bạn sẽ được chiều rộng của sông (hình 15).



Hình 15

Trên hình vẽ, chúng ta đã đánh dấu vị trí ban đầu là điểm A, vị trí tìm được về sau là điểm C, còn vật chuẩn (cái cây) là điểm B.

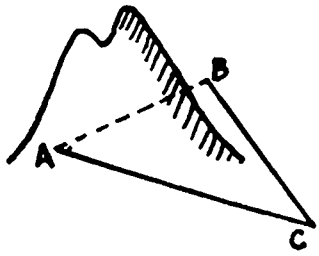
Trong đo đạc thực tế, người ta không cần phải dựng góc vuông và tìm điểm C có góc bằng nửa góc vuông (mặc dù chúng ta đã biết dựng góc bằng nửa góc vuông một cách rất đơn giản).

Trên thực tế, chỉ cần lấy một vị trí C bất kỳ. Đo khoảng cách giữa A và C, góc A và góc C, rồi bằng những phép tính đơn giản ta có thể tính được khoảng cách giữa A và B (tức là chiều rộng của sông). Những phép tính đơn giản này dựa trên các bảng tính sẵn gọi là các bảng lượng giác.

Vậy bảng lượng giác là gì? Lượng giác có nghĩa là đo góc. Người ta biết rằng trong tam giác nếu biết được ba cạnh thì có thể tính được ba góc của tam giác. Ngược lại, nếu biết được một cạnh và hai góc thì có thể tính được hai cạnh kia. Còn độ lớn của một góc lại xác định một giá trị bằng số. Các góc khác nhau thì các số đó cũng khác nhau. Các số đó được gọi là giá trị hàm số lượng giác của góc đó. Nếu biết được độ lớn của góc, có thể tính được giá trị đó. Ngược lại, biết được giá trị hàm số lượng giác của góc cũng tính được độ lớn của góc. Các giá trị này đã được tính sẵn và được viết thành bảng gọi là bảng lượng giác.

Chỉ cần một máy đo góc chúng ta có thể đo được các góc A và C của tam giác ABC. Khi đó độ dài AB có thể tính dựa vào độ dài AC và giá trị các hàm số lượng giác của hai góc A và C. Cách tính đã có sẵn, chỉ cần tra bảng ta có thể biết ngay bề rộng của sông.

Khi muốn đo khoảng cách giữa hai vị trí nằm hai bên một quả đồi chẳng hạn thì phải dùng thước đo góc và bảng lượng giác. Lúc này không thể dùng cách dựng góc vuông vì từ vị trí này không nhìn thấy vị trí kia (hình 16). Trong trường hợp này chú công nhân phải chọn một vị trí thứ ba (điểm C) có thể nhìn thấy được hai vị trí đó. Với thước đo góc, góc C có thể biết được. Sau khi đo khoảng cách giữa A và C, giữa B và C và tra bảng lượng giác cũng tính được khoảng cách giữa A và B.



Hình 16

Ngoài các phương pháp đo vừa nêu chúng ta còn có nhiều cách đo gián tiếp khác nữa, ứng dụng tính chất hình đồng

dạng, tính chất tam giác v.v... mà các bạn đã học qua trong chương trình toán lớp sáu, lớp bảy. Các bạn hãy thử cầm cây bút chì và tờ giấy, tìm vài cách « đo » những khoảng cách trong các ví dụ vừa nêu.

Nhân dân ta có câu : « Qua sông thì phải lụy đò... » Nhưng chúng ta nhờ có toán mà « qua sông... không phải lụy đò » ! Chỉ đứng một bên đầu sông, ta có thể biết được sông rộng bao nhiêu.

Ban đêm, nhìn lên bầu trời cao vời vợi chúng ta thấy muôn ngàn vì sao lấp lánh một cách quyến rũ. Từ ngàn xưa, ông cha ta đã mơ ước đặt chân lên những vì tinh tú xa xôi đó. Nhưng ước mơ chỉ là ước mơ vì người xưa biết rằng những vì sao đó cách chúng ta khá xa. Họ có biết đâu rằng ngày nay, tuy không cần đặt chân lên đó, con người cũng có thể đo được những khoảng cách hầu như vô cùng đó. Bạn cũng đừng lấy làm ngạc nhiên nếu biết rằng cách đo cũng chỉ dựa trên những cơ sở đơn giản như chúng ta đã biết ở trên. Người ta cũng chỉ cần ngắm vì sao từ hai điểm cách xa nhau trên mặt đất mà thôi !

3 — *MỎNG NHƯ TỜ GIẤY*

« Ngày xưa, ở một làng nọ có một bác thợ đóng giày rất khéo, tiếng đồn lan đi khắp một vùng. Có một người ở nơi khác tìm đến bác thợ và thách :

— Tôi muốn nhờ bác đóng cho con rận của tôi một đôi giày ! ».

Thật là một việc làm không ai có thể thực hiện được ! Bác thợ mỉm cười hỏi lại khách :

— Thưa ông, ông cho biết kích thước chân con rận của ông, tôi sẽ đóng xong trong ngày hôm nay.

Khách ngớ người, vội chuồn thẳng ».

Trên đây là một câu chuyện ngụ ngôn nước ngoài. Để gỡ thế bí cho mình, bác thợ đóng giày đã yêu cầu lại người khách một việc mà hắn ta không làm nổi. Đã có ai từng đo kích thước một vật nhỏ bé như thế bao giờ? Đo những vật to lớn chẳng dễ dàng; đo những kích thước nhỏ bé lại còn khó khăn hơn nhiều! Những vật lớn có thể đo dần từng phần, còn những vật quá nhỏ thì... thật khó!

Vậy mà hằng ngày người ta lại rất cần đo kích thước những vật rất nhỏ bé. Trong nhà máy, có những tấm kim loại được cán mỏng như tờ giấy. Thế mà độ mỏng đó lại rất cần biết một cách chính xác, có khi cần đến phần nghìn mi-li-mét. Xuất phát từ yêu cầu đó, con người ngày càng chế tạo ra nhiều dụng cụ đo chính xác. Nhưng có những lúc chỉ cần chiếc thước thô sơ trong tay, ta cũng có thể đo được những kích thước rất nhỏ.

Bạn muốn thử xem tờ giấy mỏng đến mức độ nào ư? Bạn hãy đo bề dày của cả quyển sách và đếm số tờ giấy, thế là bạn đã biết rồi:

$$\text{Bề dày một tờ} = \frac{\text{Bề dày tổng cộng}}{\text{Số tờ}}$$

Muốn đo bề dày của những lá thép mỏng, cũng chỉ cần xếp những lá thép đó chồng lên nhau và làm một việc tương tự! Tất nhiên cách đo như thế này chỉ nên áp dụng khi các tờ giấy hoặc các tấm thép đều mỏng như nhau và khi xếp lên nhau chúng hoàn toàn sít nhau.

4 — *NHỎ NHƯ... PHÂN TỬ*

Giở một quyển sách bất kỳ nào nói về cấu tạo của vật chất, ta đều đọc được câu sau đây: « Vật chất cấu tạo từ những phân tử. Đó là những phần tử vật chất nhỏ nhất vẫn giữ nguyên tính chất ban đầu của vật ». Chẳng hạn nước ta uống hằng ngày là do những phân tử nước hợp thành ; còn dầu hỏa cấu tạo từ những phân tử dầu hỏa... Chỉ biết rằng phân tử rất nhỏ, nhỏ đến nỗi mắt thường không trông thấy được.

Tuy phân tử nhỏ như thế nhưng các nhà bác học rất quan tâm đến kích thước của chúng. Làm sao có thể đo chúng được nếu không trông thấy chúng ?

Kích thước một phân tử dầu hỏa có thể đo một cách tương đối đơn giản như sau : Ta cứ cho rằng phân tử có hình cầu, tựa như một viên bi thật nhỏ. Ta hãy lấy một ít dầu hỏa và đo thể tích của chúng. Chẳng hạn thể tích lượng dầu hỏa ta lấy là 1 lít. Đổ số dầu đó lên mặt nước thật rộng. Khi ấy, do dầu nhẹ hơn nước nên nó nổi lên mặt nước, tạo thành một lớp mỏng. Ta có thể tưởng tượng rằng lớp mỏng đó gồm những viên bi rất nhỏ nằm sát bên nhau và không có viên bi nào chồng lên trên. Nếu đo được bề dày lớp màng dầu thì đó chính là đường kính của một phân tử dầu.

Thể tích của lớp dầu bằng diện tích dầu loang trên mặt nước nhân với bề dày của nó. Thể tích này ta đã đo được từ trước. Từ đây có thể tính ngay được bề dày :

$$\text{Chiều dày} = \frac{\text{Thể tích}}{\text{Diện tích đáy (Diện tích dầu loang)}}$$

Bạn có thể nói rằng cách tính này không chính xác ? Vâng, nó không chính xác lắm. Muốn đo được chính

xác, người ta phải dùng đến những dụng cụ trong phòng thí nghiệm. Nhưng dù sao cũng thật là thú vị vì chúng ta đo không chỉ bằng cái thước đơn giản mà cả bằng kiến thức của mình.

5 — *BẠN CÓ BIẾT ?*
THƯỚC ĐO RA ĐỜI TỪ KHI NÀO ?

Ngày nay cái thước là một dụng cụ đo thông thường nhưng nó ra đời khi nào thì ít người chú ý đến.

Có lẽ ngày giờ khai sinh của thước cũng là lúc con người biết đếm, biết phân biệt được nhiều và ít. Con người xưa kia chưa biết tới lửa, tới thóc gạo. Họ sống thành từng bầy và hái hoa quả làm thức ăn chính. Ban đầu họ hái quả trên những cành cây thấp, có thể với tay tới được. Càng ngày hoa quả càng ít dần, con người đứng ngắm quả chín mọng trên cao một cách thèm thuồng. Thế rồi « sáng kiến » bỗng nảy sinh : một người nhặt một thanh củi khô gần đấy, giơ lên cao để với tới quả cây. Với không tới, người ấy lại nhặt một cành khác, cho đến khi hái được quả mới thôi. Thế là khái niệm dài hơn, ngắn hơn bắt đầu hình thành trong óc họ.

Trước tiên, để phân biệt vật nào dài hơn trong hai vật, họ so sánh trực tiếp hai vật đó với nhau. Nhưng có những vật quá to và nặng không thể đem lại gần nhau được, họ lại nhờ đến chiếc gậy. Rồi khi tìm xung quanh không thấy gì, họ dùng luôn gang tay của mình để đo. Với những khoảng cách trên mặt đất, họ đo bằng bước chân đi. Đó chính là những cái thước đầu tiên.

Hầu như dân tộc nào cũng có một cách đo riêng của mình. Có dân tộc dùng gang tay, có nơi dùng sải tay... Hiện nay ở Anh còn lưu hành đơn vị đo chiều dài inch, xấp xỉ 2,5 cm (chiều dài một đốt ngón tay) và phút, xấp xỉ 0,3 m (từ foot tiếng Anh nghĩa là chân, bàn chân). Ở ta trước kia còn thông dụng đơn vị thước ta tương đương hai gang tay đàn ông.

Cây thước ra đời đã giảm nhẹ rất nhiều công sức trong việc đo đạc. Nhưng nếu cứ dùng thước thẳng mãi thì việc mang đi mang lại đôi khi cũng phiền phức. Và thế là con người lại nghĩ ra thước dây, thước cuộn, có thể bỏ túi mang đi một cách dễ dàng.

Họ hàng nhà thước ngày càng đông đúc. Tùy theo từng công việc, con người có thể sử dụng những loại thước khác nhau. Tất cả chỉ nhằm làm cho việc đo đạc được dễ dàng và tiện lợi.

6— *MỘT LỜI KHUYÊN*

Người ta thường khuyên các kỹ sư nên biết và ghi nhớ kích thước các đồ vật họ hay mang theo bên người. Chẳng hạn chiều dài cái bút, kích thước hộp đựng thuốc lá, độ dài gang tay của mình v.v... Có một lần một người công nhân trong nhà máy nọ rất ngạc nhiên khi thấy người kỹ sư dùng cái bút để kiểm tra kích thước sản phẩm. Cuối cùng mới vỡ lẽ ra rằng trên cái bút đó có đánh dấu những kích thước chính xác. Khi đo một vật gì không cần chính xác lắm, ông ta dùng luôn cái bút của mình làm thước. Thật là « một công đôi việc ».

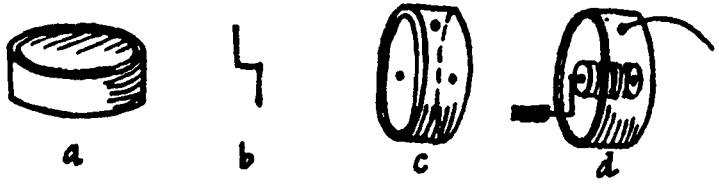
Bạn hãy làm thử theo lời khuyên đó xem ! Bạn sẽ đỡ lúng túng khi không có thước bên cạnh mình.

7 — *KHÉO TAY*

LÀM LẤY THƯỚC CUỘN

Thước cuộn có cái tiện là bạn có thể bỏ túi mang đi bất kỳ nơi nào. Hơn nữa, có thể đo được những khoảng cách rất dài.

Muốn có một chiếc thước cuộn đơn giản, bạn chỉ cần kiếm một chiếc hộp sắt nhỏ (kiểu hộp đựng nhựa vá săm xe đạp) và một sợi dây gai thật dài. Lấy một đoạn dây thép và uốn cong như hình 17. Đục hai đáy hộp hai lỗ để có thể đàm dây thép qua. Sau đó đục một lỗ ở thành bên để luồn dây gai vào và buộc vào đoạn dây thép. Nếu bây giờ bạn đánh dấu kích thước trên sợi dây gai là bạn đã có một chiếc thước cuộn đơn giản. Khi đo xong, quay trục dây thép, « thước » sẽ cuộn vào que thép. Muốn cuộn nhanh, bạn chỉ cần cho một lõi gỗ vào trục là ổn.



Hình 17

a) hộp sắt, b) đoạn dây thép, c) hộp đã đục ba lỗ, d) « thước cuộn ».

V. ĐOÁN VÀ THỬ

1 — *XUNG QUANH MỘT THÓI QUEN*

Trong cuộc sống hằng ngày, chúng ta thường có nhiều thói quen. Tất nhiên có thói quen tốt, có thói quen xấu ; có thói quen đúng, có thói quen sai... Làm một việc gì đó, khi không giải thích được, ta thường nói : người ta quen làm thế !

Cuối học kỳ và cuối năm học, các thầy giáo phổ thông đều làm một việc quen thuộc : tổng kết điểm cho học sinh. Thầy giáo cộng tất cả điểm kiểm tra của một học sinh, được bao nhiêu, thầy đem chia cho số lần kiểm tra. Kết quả của phép chia này được gọi là điểm trung bình. Chỉ một lần kiểm tra, thầy giáo không thể nào đánh giá thật đúng học sinh của mình. Kết quả của bài kiểm tra còn phụ thuộc nhiều vào hoàn cảnh ngày hôm đó : người học sinh có khỏe không, có bận việc gì đột xuất không ?... Nhưng qua nhiều lần kiểm tra thì việc đánh giá sẽ tương đối chính xác.

Nếu bạn muốn lấy lại giờ cho chiếc đồng hồ của mình, bạn thường hỏi người có đồng hồ. Nếu bạn hỏi hai người và hai chiếc đồng hồ chỉ hai giờ khác nhau, bạn sẽ nghĩ ngay rằng : tốt hơn hết là ta lấy hai giờ đó cộng lại và chia đôi. Đó sẽ là số giờ tương đối chính xác.

Chú ý quan sát một chiếc ô-tô chạy trên đường phố, bạn sẽ thấy nó chạy lúc chậm lúc nhanh. Khi được hỏi về tốc độ của nó, chú lái xe sẽ trả lời : « khoảng ba mươi k-lô-mét một giờ ». Con số ba mươi mà chú lái xe nói cũng lại là con số trung bình.

Cách lấy số trung bình như thế thường gặp rất nhiều; có thể kể ra đây hàng trang. Nhưng tại sao lại lấy như thế ? Khó có ai trả lời được một cách đầy đủ, chỉ biết rằng đó là thói quen. Và là một thói quen đúng.

Bây giờ chúng ta hãy cùng thử trả lời câu hỏi đó nhé! Hãy lấy chiếc ô-tô làm ví dụ. Tốc độ ô-tô phụ thuộc vào rất nhiều yếu tố. Có chỗ đông người, có chỗ ít người. Qua ngã tư có thể gặp đèn xanh hay đèn đỏ. Những tình huống đó không thể lường trước được. Những gì xảy ra mà không thể lường trước thường gọi là ngẫu nhiên. Tốc độ của ô-tô cũng là ngẫu nhiên bởi vì bản thân nó cũng phụ thuộc vào nhiều yếu tố ngẫu nhiên khác.

Nhưng tất cả mọi cái ngẫu nhiên đều có tính quy luật của nó. Có nhà toán học đã nhận xét rằng: chẳng có gì là ngẫu nhiên cả nếu ta biết trước được hết mọi yếu tố ảnh hưởng. Điều khó khăn là ta không thể biết trước được hết mọi yếu tố tác động lên sự vật. Vì vậy hiện tượng vẫn là ngẫu nhiên. Bộ môn toán học nghiên cứu tính quy luật của các hiện tượng ngẫu nhiên gọi là lý thuyết xác suất. Một kết quả quan trọng của lý thuyết xác suất là định luật các số lớn. Định luật này phát biểu rằng, nếu có một giá trị thực nào đó bị sai lệch đi dưới các tác động ngẫu nhiên thì giá trị trung bình của tổng các giá trị sai lệch đó sẽ gần đúng với giá trị thực. Càng lấy nhiều giá trị quan sát thì giá trị trung bình cộng của chúng càng gần đúng với giá trị thực.

Giờ giấc trong một ngày là giá trị chính xác. Song mỗi chiếc đồng hồ của chúng ta không bao giờ chính xác tuyệt đối. Nó phụ thuộc vào độ tinh vi của máy móc và cách sử dụng. Thành thử số giờ mà nó chỉ cho ta biết cũng chỉ là những con số sai lệch. Vì vậy nếu

muốn biết giờ giấc chính xác người ta lấy trung bình cộng; lấy trung bình cộng càng nhiều thì con số càng chính xác.

Bạn thấy không, một thói quen hằng ngày cũng có cơ sở toán học thực sự đấy!

2— *KIỂM TRA NHƯ THẾ NÀO?*

Thói quen mà chúng ta nói tới ở trên còn thấy cả trong sản xuất và trong nghiên cứu khoa học nữa.

Trước khi sản xuất hàng hoạt một đồ dùng nào đó, người ta phải sản xuất thử, kiểm tra độ bền và độ chính xác của chúng. Chẳng hạn muốn thử xem chiếc bóng đèn điện dùng có được lâu hay không, người ta lấy ra một số bóng và thắp sáng chúng suốt ngày đêm. Sợi dây tóc của bóng đèn sẽ bị cháy sau một thời gian thắp sáng liên tục. Để rút ra kết luận về thời gian thắp sáng của các bóng đèn đưa thử.

Mời bạn hãy vào thăm một phòng thí nghiệm hóa học. Tại đó các kỹ sư hóa chất nghiên cứu các hợp chất hóa học mới để sử dụng trong kinh tế hay trong đời sống hằng ngày. Bạn sẽ được thấy nhiều lọ nho nhỏ như lọ đựng thuốc pê-ni-xi-lin. Trong các lọ đó người ta đựng một ít hóa chất cùng loại mới được điều chế. Để biết hóa chất ấy có những đặc tính gì, công dụng của chúng ra sao, các nhà hóa học phải kiểm tra và thử từng lọ một. Công việc kiểm tra này được tiến hành trên các máy cực kỳ tinh vi và chính xác. Nhưng kỳ lạ thay, kết quả kiểm tra mỗi lọ một khác, mặc dù chúng cùng chứa một chất. Những sai số này chính là những sai số ngẫu nhiên do máy móc, do cả con người

gây ra. Người ta loại trừ những sai số ngẫu nhiên này bằng cách lấy trung bình cộng các kết quả đo được.

Trong chuyên môn, phương pháp vừa nêu trên đây gọi là phương pháp lấy mẫu. Phương pháp lấy mẫu là một phương pháp thống kê để xác định tính chất chung của một tập hợp các đối tượng nào đó. Theo phương pháp này, không phải người ta nghiên cứu mọi đối tượng mà chỉ xét một số « mẫu ». Chẳng hạn người ta không đo thời gian thắp sáng của mọi bóng đèn. Việc làm này rất tốn kém và thực tế là không thể làm như vậy. Nếu cứ thử mọi bóng đèn thì bóng đèn sẽ cháy hết, và sản xuất được bao nhiêu lại đem « nướng » sạch, chẳng còn cái nào để dùng nữa. Cũng có trường hợp sau khi thử, vật làm mẫu không bị hỏng. Chẳng hạn, muốn thử xem chiếc nan hoa xe đạp được sản xuất ra có dài đúng kích thước hay không. Nhưng số lượng nan hoa sản xuất ra nhiều vô cùng, nếu cứ thử từng chiếc một thì thời gian thử sẽ lâu hơn thời gian sản xuất! Vì vậy người ta dùng phương pháp lấy mẫu.

Cách kiểm tra học sinh bằng bài tập kiểm tra cũng là lấy mẫu; bạn hỏi giờ nhiều người để vặn lại đồng hồ của mình cho chính xác cũng là một cách lấy mẫu. Do những tính chất tiện lợi và kinh tế của nó, phương pháp lấy mẫu được sử dụng rất rộng rãi trong sản xuất và đời sống.

3 — *THỬ VÀ ĐOÁN*

Mùa hè đã đến rồi! Hoa phượng nở đỏ rực, tiếng ve kêu ran ran báo hiệu những ngày cuối năm học đang

trôi qua. Sau một năm học tập chuyên cần là những ngày nghỉ thoải mái. Có lẽ ai cũng náo nức chờ đợi mùa hè.

Khi liên đội thiếu niên của bạn đi cắm trại, có lẽ ngoài những trò chơi hấp dẫn, các bạn còn cùng nhau ôn lại truyền thống của Đội ta, của Đoàn và của Đảng quang vinh. Những buổi thi hỏi đáp về truyền thống như thế thật là hồi hộp. Ai cũng muốn cho chi đội mình giành được nhiều điểm cao.

Nhưng không phải bạn nào cũng được trả lời. Vì ít thời gian nên ban phụ trách chỉ hỏi được hai ba bạn trong từng chi đội mà thôi. Câu trả lời của các bạn đó sẽ là điểm chung của các bạn trong phân đội. Hẳn bạn cho rằng có thể kết quả ấy sẽ không đánh giá đúng phân đội của bạn phải không?

Vào đầu giờ học, thầy giáo muốn kiểm tra bài cả lớp. Nhưng chỉ với mươi, mười lăm phút làm sao thầy giáo có thể hỏi bài hết từng bạn được. Thầy sẽ gọi ba bạn, nếu cả ba bạn cùng thuộc bài thì xem như cả lớp thuộc bài. Nếu có một bạn không thuộc bài thì thầy sẽ đoán rằng chỉ có hai phần ba lớp thuộc bài v.v... Bằng cách đó, chỉ cần hỏi bài ba bạn, có thể biết một cách gần đúng cả lớp có học bài hay không.

Cách kiểm tra như thế thật là quen thuộc. Đây là một phương pháp đoán, mà đã đoán thì có thể đúng, có thể sai; có thể sai ít, có thể sai nhiều. Nếu kiểm tra từng người một thì chính xác nhưng mất nhiều thì giờ. Trong thực tế nhiều lúc người ta phải đoán « áng chừng ». Nếu chú ý, bạn sẽ thấy rằng cách đoán này chỉ là dựa vào cách « lấy mẫu » mà ta đã nói ở trên mà thôi. Vì vậy càng lấy nhiều « mẫu » thì càng chính xác.

Trong cuộc sống, người ta sử dụng phương pháp đoán này ở hầu hết mọi nơi. Muốn biết trong hồ có bao nhiêu cá, ta thường làm như sau: Lần đầu tiên đánh bắt lên 100 con cá và đánh dấu những con cá đó rồi thả chúng xuống hồ. Để một thời gian cho cá phân đều khắp hồ, người ta lại bắt lên 100 con và đếm số cá đã đánh dấu. Khi đó có thể biết được số cá toàn bộ trong hồ.

$$\text{Số cá toàn bộ} = \frac{100 \times 100}{\text{Số cá đánh dấu bắt được lần thứ hai}}$$

Đây là một phép tính tỉ lệ thuận đơn giản. Giả sử số cá đánh dấu bị bắt lần thứ hai là 20 con thì số cá đó chiếm một tỉ lệ là $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$. Nếu trong hồ có n con cá thì 100 con đánh dấu cũng chiếm tỉ lệ $\frac{20}{100}$, tức là:

$$\frac{100}{n} = \frac{20}{100}$$

do đó: $n \approx \frac{10.000}{20} = 500$ con.

Số cá này chỉ là một số gần đúng. Nếu càng bắt nhiều lần thì con số ước đoán đó càng chính xác.

Trong sản xuất, người ta cũng tiến hành những phép đoán tương tự. Thông thường khi nhà máy sản xuất ra một sản phẩm nào đó, người ta phải kiểm tra xem đã đúng quy cách hay chưa. Chính xác nhất là kiểm tra tất cả mọi sản phẩm. Nhưng làm như thế quá lâu nên lại phải sử dụng cách « lấy mẫu ». Chẳng hạn nhà máy sản xuất được 80.000 chiếc quạt máy. Nếu phát hiện thấy số quạt kém phẩm chất không quá 2% thì có thể chuyển cho các cửa hàng.

4— *NHỮNG SỐ KHÓ TÍNH*

Số 3,14 rất quen thuộc với mọi người. Khi muốn tính chu vi hình tròn, ta lấy đường kính nhân với 3,14. Còn muốn tính diện tích thì lấy bình phương bán kính nhân với 3,14.

Từ xa xưa các nhà toán học cũng như các bác thợ đã quan tâm đến số này. Trước tiên người ta tìm cách tính chu vi hình tròn. Chẳng hạn muốn tính chu vi hình tròn, người Trung Quốc lấy bán kính nhân với 3. Các nhà nghiên cứu lịch sử toán học đã tìm thấy nhiều di vật, sách cổ ghi lại cách tính chu vi hình tròn của người xưa. Hầu như mỗi nơi đều có cách tính riêng, nhưng họ đều lấy đường kính nhân với một số nào đấy. Nơi thì lấy số 3,1, nơi lại 3,2 hoặc 3,5 v.v...

Từ kinh nghiệm thực tế người ta thấy rằng chu vi hình tròn tỉ lệ thuận với đường kính của nó. Vì vậy họ kết luận rằng muốn tính chu vi hình tròn, cần lấy đường kính nhân với một số nào đó. Và các nhà bác học đã để nhiều công sức tìm bằng được số đó.

Điều kỳ lạ là dù họ đã mất nhiều công sức song vẫn không tìm được lời giải. Số đó hình như biết trước và đã tìm cách lẩn tránh. Nó không phải là số nguyên mà là một số thập phân vô hạn, không thể tìm được chính xác. Và các nhà toán học đã dùng chữ cái Hy Lạp π (đọc là pi) để đặt tên cho nó. Số 3,14 mà ta thường dùng như hiện nay chỉ là một số gần đúng của số π.

Trong khoa học còn có rất nhiều số cũng « khó tính » như số π. Để tính được chúng, các nhà bác học phải dùng những công cụ toán học cao cấp hơn. Ngày nay với máy tính điện tử hiện đại, việc tính toán chúng đã

trở nên dễ dàng hơn nhiều. Nhưng xin các bạn nhớ cho rằng tất cả các cách tính đó đều chỉ cho giá trị gần đúng mà thôi.

5 — *CUỘC BẮN TẬP KỲ LẠ*

« ... Chiều hôm ấy tôi có việc phải về nhà sớm. Khi đi ngang một khu vườn rậm rạp bao quanh một ngôi nhà xinh xắn, tôi bỗng nghe một loạt súng nổ trong vườn. Tôi lặng người, vội nép vào hàng rào để tránh. Tiếng nổ giữa một buổi chiều oi ả vang lên chát chúa, song lại bị nuốt chửng bởi sự tĩnh mịch của một khu ngoại ô vắng vẻ. Trước mắt tôi hiện ra những xác người chết vì một vụ cướp bóc... Nhưng tuyệt nhiên chẳng hề có một tiếng kêu rên hoặc ồn ào nào... Tôi định thần, mở mắt nhìn vào khu vườn. Trước mắt tôi chẳng có xác người nào cả như tôi đã tưởng tượng trong lúc hốt hoảng mà là hai người còn sống nguyên vẹn. Họ là hai người đàn ông và hình như là hai cha con thì phải. Ông bố cầm một tờ giấy và chiếc bút, còn người con thì cầm một khẩu súng. Cách mươi mét thấp thoáng hiện ra một chiếc bia. Bất thần anh con trai lại giương súng và cắm một loạt đạn khác vào bia mà chẳng hề ngắm trước. Còn ông bố, sau khi người con bắn xong, chạy đến bia và đếm những lỗ đạn trên đó...

À, thì ra họ tập bắn. Họ tập bắn thế nào mà chẳng ngắm gì cả. Người con cứ bắn văng mạng, còn ông bố cứ tiếp tục đếm...

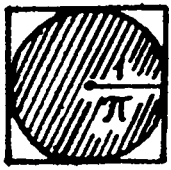
... Cho đến mãi sau này, khi được phân công viết một bài báo về một công trình toán học mới, tôi mới gặp lại hai người đó. Họ chính là hai cha con nhà toán học

mà tôi cần phỏng vấn. Khi tôi nhắc lại lần gặp gỡ kỳ lạ đầu tiên, anh con trai phá lên cười một cách thoải mái:

— Lúc đó chúng tôi đang tính số π mà thôi. Chắc ông nghĩ về chúng tôi khác hẳn bây giờ phải không?... »

Trên đây là một mẩu chuyện vui của một nhà báo Pháp đầu thế kỷ XIX. Bây giờ mời bạn cùng chúng tôi tìm hiểu cách tính số π như thế nào nhé!

Đúng là có thể tính được số π bằng cách bắn bia như trên. Chiếc bia để bắn không phải có nhiều vòng tròn mà chỉ có một vòng tròn duy nhất như hình vẽ 18. Nếu ta coi bán kính hình tròn bằng 1 đơn vị thì diện tích hình tròn bằng π. Còn diện tích hình vuông bằng 4, vì mỗi cạnh là hai đơn vị. Ta cho rằng những viên đạn bắn vào được « rải » đều trên mặt bia. Khi ấy tỉ số giữa số đạn trúng hình tròn và số đạn bắn trúng cả hình vuông (bao gồm hình tròn và phần ngoài hình tròn) bằng tỉ số diện tích hình tròn và diện tích hình vuông, hay là $\frac{\pi}{4}$.



Hình 18

Do đó:

$$\pi = 4 \times \frac{\text{Số đạn bắn trúng hình tròn}}{\text{Số đạn trúng hình vuông}}$$

Hoặc đơn giản hơn, để khỏi phải nhân với 4, chỉ cần một phép chia, bạn có thể nhận ngay số π. Bạn cứ dựng ngay một hình vuông có mỗi cạnh bằng một đơn vị lọt vào trong hình tròn (có bán kính bằng một đơn vị) rồi nhả đạn tùm lum vào. Xong lấy số viên đạn bắn trúng bia chia cho số viên đạn bắn trúng hình vuông, bạn sẽ được số π.

Các bạn thấy không, có một điều hoàn toàn tương tự với ví dụ đoán cá trong ao đã nói ở trên. Số viên đạn bắn ra càng nhiều thì kết quả càng gần số π mà ta muốn tính.

Dùng cách bắn bia mà tính được số π! Thoạt nghe thấy thật là một chuyện lạ. Nhưng thời xưa nhiều người đã biết tính như vậy. Điều khó khăn nhất là dùng bao nhiêu đạn cho vừa! Thật là tốn kém!

Cũng chính vì quá tốn kém nên người xưa không dừng lại ở đây. Nếu thay chiếc bia bằng hình vẽ trên cát và viên đạn bằng viên bi thì chẳng có gì khác nhau giữa việc gieo bi và bắn bia cả. Chỉ có khác là viên bi có thể gieo lại, còn viên đạn không thể... bắn lại được nữa. Với một viên bi có thể gieo bao nhiêu lần tùy ý; muốn chính xác chỉ mất thời gian thôi.

Từ thời xưa đã có nhiều cách tính tương tự. Buýp-phông, nhà bác học Pháp thế kỷ XVIII, đã dùng kim thay cho viên bi để tính số π.

Hiện nay, nhờ máy tính điện tử người ta không phải mất thì giờ để thả kim hay bi nữa. Cách tính qua bảng ngẫu nhiên đã rút ngắn thời gian trên còn khoảng 2 phút đồng hồ. Tung viên bi là để biết vị trí của viên bi. Các bảng ngẫu nhiên do máy hoặc người lập ra từ trước sẽ cho biết các vị trí đó. Với một chương trình lập cho máy tính điện tử, ta có thể tính giá trị của số π bằng hàng chục triệu số ngẫu nhiên trong bảng.

Phương pháp trên đây được gọi là phương pháp mô phỏng ngẫu nhiên hay phương pháp Môn-te Các-lô. Đây là một trong những phương pháp tính đang được sử dụng rộng rãi nhất.

6 — ĐỂ TRÚNG MỤC TIÊU

Khi pháo kích một vị trí địch ở xa, các pháo thủ phải tính toán góc bắn để đạn trúng đích. Nhưng do sức cản của không khí mỗi lúc khác nhau nên các viên đạn sẽ rơi ở những vị trí khác nhau mặc dầu góc bắn vẫn giữ nguyên.

Trước khi bắn hàng loạt, người ta phải bắn thử và quan sát vị trí đạn rơi để chỉnh lại góc bắn. Nếu phần lớn đạn bắn ra rơi gần hơn mục tiêu thì phải tăng góc bắn. Nếu đạn rơi xa hơn thì hạ thấp góc bắn. Còn đạn rơi xung quanh mục tiêu thì có thể yên tâm bắn tiếp và đạn sẽ trúng mục tiêu.

Đây chính là cách « lấy trung bình cộng » mà ta có dịp nói đến ở trên!

MỤC LỤC

Trang

I — ĐẾM SAO CHO KHÉO

1 — Học tập người xưa 3
2 — Một ông sao sáng, hai ông sáng sao 6
3 — Gau-xơ tính nhầm 7
4 — Bác thủ kho thông minh 8
5 — Từ một bài toán vui 10
6 — Câu lạc bộ toán học 11

II — TOÁN HỌC TỔ HỢP ĐI VÀO CUỘC SỐNG

1 — Bắt cá trong ao 16
2 — Trong vườn hoa 18
3 — Thả mồi bắt bóng 19
4 — Toán học tổ hợp 20
5 — Cân giấy 21
6 — Cách thứ sáu 23
7 — Quả cân nào hỏng 25
8 — Poát-xông mê toán 27
9 — Câu lạc bộ toán học 29

III — KHÉO TAY MỘT TÍ

1 — Nhanh trí 32
2 — Cũng chỉ một sợi dây 35
3 — Từ chiếc áo gối tiết kiệm 37
4 — Kiềng ba chân 39

5— Để ánh sáng đi theo một hướng. 41
6— Chia ba một góc như thế nào? 43
7— Bạn có biết: Nhạc viện cổ ở Hy Lạp 46
8— Ra đời từ thực tiễn lao động. 48
9— Chiếc gương thần của Ác-si-mét. 50
10— Khéo tay: Khi chiếc ghế bị hỏng 51

IV— CÁI THƯỚC VẠN NĂNG

1— Ánh sáng vô tư 52
2— «Qua sông... không phải lụy đò» 53
3— Mỏng như tờ giấy. 56
4— Nhỏ như... phân tử 58
5— Bạn có biết: Thước đo ra đời từ khi nào? . . . 59
6— Một lời khuyên. 60
7— Khéo tay: Làm lấy thước cuộn 61

V— ĐOÁN VÀ THỬ

1— Xung quanh một thói quen. 62
2— Kiểm tra như thế nào? 64
3— Thử và đoán. 65
4— Những số khó tính 68
5— Cuộc bắn tập kỳ lạ 69
6— Để trúng mục tiêu 72

- otoanhoc2911@gmail.com -

Biên tập : BÙI VIỆT BẮC
Trình bày : ĐỨC LIỄN
Sửa bản in: LƯU LY

In 41.000 cuốn tại Nhà máy in Trần Phú, Thành phố Hồ Chí Minh
Khổ : 13 × 19 — Số xuất bản : 08/KĐB — Số in : 021/82
In xong tháng 2-1983 — Gửi lưu chiểu tháng 2-1983

CÁC BẠN TÌM ĐỌC:

— SĂN và BẪY THÚ

của Trần Thanh Điện

— CÁT CHÁY

của Thanh Quế

— NƠI XA

của Văn Linh

Giá : 2đ00